MATHS-LYCEE.FR

PREMIÈRE SPÉCIALITÉ

DEVOIRS CORRIGÉS

tome 2

- mémo et exemples vidéo
- 44 devoirs corrigés
- tous les corrigés en version vidéo

RÉUSSIR EN MATHS C'EST POSSIBLE!

L'essentiel pour réussir la première

Mention légales

- Éditeur LECARPENTIER Jean-François
  avenue d'Agde 34810 Pomérols
- site web : WWW.MATHS-LYCEE.FR
- Siret 80383013200012

- Contact : **contact-info@maths-lycee.fr**

Table des matières

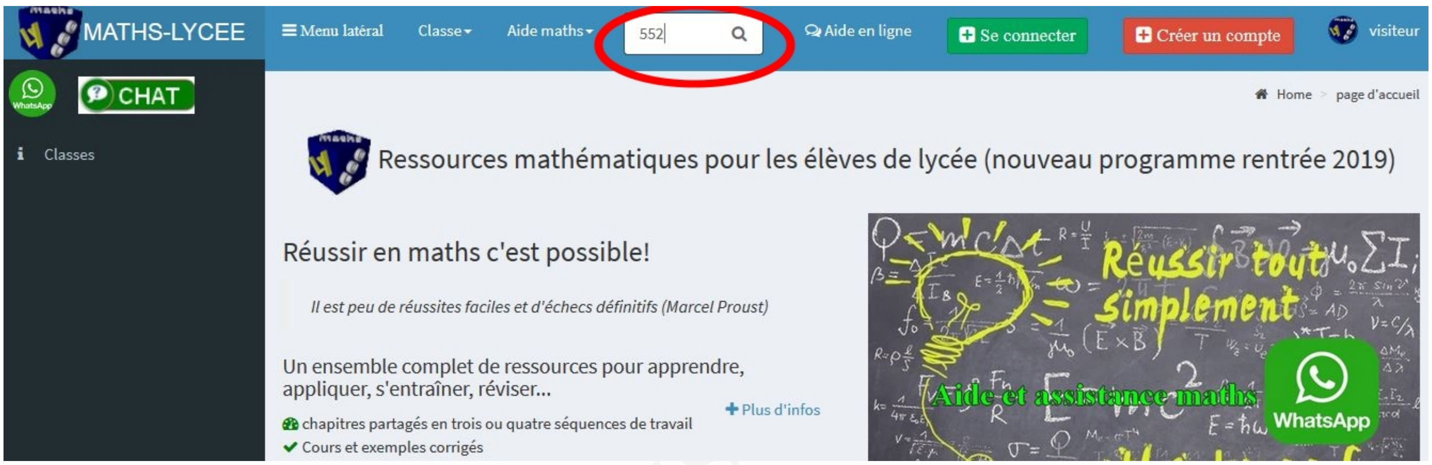
A LIRE AVANT DE COMMENCER

Ce livre contient une série de devoirs corrigés pour chaque chapitre.

Les corrigés sont accessibles via le livre associé et tous les corrigés sont également disponibles en version vidéo (QR code ou lien sur le PDF).

Pour chaque section, vous trouverez un rappel de cours et des exemples en vidéo accessibles :

- ❏ avec le lien sur le PDF
- ❏ avec le QR code
- ❏ avec sa référence



Chapitre 1 Second degré

1.1 Interrogation : forme canonique et racines | niveau 1 | 30 mn |

Exercice 1 (*3 points*)

correction en vidéo ex1 devoir 1-1

Pour chaque polynôme, dresser le tableau de variation .

1. $P(x) = 2x^2 - 4x - 1$

Solution:

On a $a = 2$, $b = -4$ et $c = -1$

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{4} = 1$

$\beta = P(\alpha) = P(1) = 2 \times 1^2 - 4 \times 1 - 1 = 2 - 4 - 1 = -3$

donc $P(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta = 2(x-1)^2 - 3$

Le coefficient a de x^2 est positif donc on a :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$P(x)$		↘	-3	↗	

2. $P(x) = 3 + x^2 + 2x$

Solution:

$P(x) = 3 + x^2 + 2x = x^2 + 2x + 3$

$a = 1$, $b = 2$ et $c = 3$

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-2}{2} = -1$

$\beta = P(\alpha) = P(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) + 3 = 1 - 2 + 3 = 2$

donc $P(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta = (x-(-1))^2 + 2 = (x+1)^2 + 2$

Le coefficient a de x^2 est positif donc on a :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$P(x)$		↘	2	↗	

Exercice 2 (*4 points*)

correction en vidéo ex2 devoir 1-1

Résoudre dans $\mathbb{R}$

1. $2x^2 - 8x - 24 = 0$

Solution:

$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 2 \times (-24) = 64 + 192 = 256$

$\Delta > 0$ donc il y a deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{8 - 16}{4} = -2$

et

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{8 + 16}{4} = 6$

$\boxed{S = \{-2; 6\}.}$

Penser à contrôler les solutions avec la calculatrice (MENU EQUA)

2. $(2x - 1)(x - 3) = 4x - 9$

Solution:

$$\begin{aligned}(2x-1)(x-3) = 4x - 9 &\iff 2x^2 - 6x - x + 3 - (4x - 9) = 0 \\ &\iff 2x^2 - 7x + 3 - 4x + 9 = 0 \\ &\iff 2x^2 - 11x + 12 = 0\end{aligned}$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4 \times 2 \times 12 = 25$

$\Delta > 0$

$x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{11 + 5}{4} = 4$

$x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{11 - 5}{4} = \dfrac{3}{2}$

$\boxed{S = \{\dfrac{3}{2}; 4\}}$

Exercice 3 (*2 points*)

correction en vidéo ex3 devoir 1-1

Problème ouvert : Toute trace de recherche, même incomplète, sera valorisée dans la notation

Une entreprise vend des paquets de biscuits et le bénéfice journalier de cette entreprise, en euros, est donné par la fonction B définie sur $[0; 300]$ par $B(x) = -x^2 + 103x + 100$ où x est la quantité de paquets produite, exprimée en centaines de paquets.

Déterminer le nombre de paquets à produire chaque jour pour que le bénéfice soit maximum et le montant des bénéfices correspondant à cette quantité.

☛ **Solution**:

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-103}{-2} = 51,5$

$\beta = B(\alpha) = B(51,5) = -51,5^2 + 103 \times 51,5 + 100 = 2752,25$

donc $B(x) = -(x - 51,5)^2 + 2752,25$

Le coefficient a de x^2 est négatif donc on a :

x	0	51,5	300
$B(x)$	↗	2752,25	↘

donc le maximum de B est 2752,25 atteint en $x = 51,5$.

Le nombre de paquets est donné en centaines donc il faudra produire $51,5 \times 100 = 5150$ paquets par jour.

Il faut produire 515 paquets par jours pour un bénéfice maximum de 2752,25 euros.

1.2 Interrogation : forme canonique et racines | niveau 1 | 30 mn |

Exercice 1 (*4 points*)

correction en vidéo ex1 devoir 1-2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 16x - 24$.

Donner la forme canonique de f et dresser son tableau de variation.

☛ **Solution**:

On a $a = -2$, $b = 16$ et $c = -24$

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-16}{-4} = 4$

$\beta = f(4) = -2 \times 4^2 + 16 \times 4 - 24 = 8$

$\boxed{\text{donc } f(x) = -2(x-4)^2 + 8}$

On a $a < 0$ donc le tableau de variation de f est le suivant :

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	8	$\searrow$	

Déterminer les racines de f puis donner la forme factorisée de f.

☛ **Solution**:

$\Delta = b^2 - 4ac = (16)^2 - 4 \times (-2) \times (-24) = 64$

$\Delta > 0$ donc il y a deux racines

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-16 - \sqrt{64}}{-4} = \dfrac{-16 - 8}{-4} = 6$

$x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-16 + \sqrt{64}}{-4} = \dfrac{-16 + 8}{-4} = 2$

$\boxed{\text{donc } f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = -2(x-6)(x-2)}$

Exercice 2 (*3 points*)

correction en vidéo ex2 devoir 1-2

Soit p une fonction dont la courbe représentative est une parabole de sommet $S(-2;3)$ et coupant l'axe des ordonnées en $y=1$.

1. Déterminer l'expression canonique de p à l'aide des informations ci-dessus.

☛ **Solution**:

$S(-2;3)$ donc $\alpha=-2$ et $\beta=3$

donc $p(x)=a(x-(-2))^2+3=a(x+2)^2+3$

La parabole coupe l'axe des ordonnées en $y=1$ donc $p(0)=1$

$p(0)=1$

$\Longleftrightarrow a(0+2)^2+3=1$

$\Longleftrightarrow 4a+3=1$

$\Longleftrightarrow 4a=-2$

$\Longleftrightarrow a=\dfrac{-2}{4}$

$\Longleftrightarrow a=-\dfrac{1}{2}$

$\boxed{\text{donc } p(x)=-\dfrac{1}{2}(x+2)^2+3}$

2. En déduire l'expression développée réduite de la fonction de second degré p.

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}p(x)&=-\frac{1}{2}(x+2)^2+3\\&=-\frac{1}{2}(x^2+4x+4)+3\\&=-\frac{1}{2}x^2-2x-2+3\\&=-\frac{1}{2}x^2-2x+1\end{aligned}$$

$\boxed{\text{donc } p(x)=-\dfrac{1}{2}x^2-2x+1}$

Exercice 3 (*3 points*)

correction en vidéo ex3 devoirs 1-2

Résoudre

$2x^2 - 9x = 3(x+2)$

Solution:

$2x^2 - 9x = 3(x+2)$

$\Longleftrightarrow 2x^2 - 9x = 3x + 6$

$\Longleftrightarrow 2x^2 - 12x - 6 = 0$

$\Longleftrightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$ (en divisant par 2)

$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 48$

$\Delta > 0$ donc il y a deux racines

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{6-\sqrt{48}}{2} = \dfrac{6-4\sqrt{3}}{2} = 3 - 2\sqrt{3}$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{6+\sqrt{48}}{2} = 3 + 2\sqrt{3}$

$\boxed{S = \{3-2\sqrt{3}; 3+2\sqrt{3}\}}$

puis $\dfrac{3x+1}{x-2} = 2x$

Solution:

Il faut $x - 2 \neq 0$ soit $x \neq 2$

donc on résout sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

$\dfrac{3x+1}{x-2} = 2x \Longleftrightarrow 3x + 1 = 2x(x-2)$

$\Longleftrightarrow 3x + 1 = 2x^2 - 4x$

$\Longleftrightarrow 3x + 1 - 2x^2 + 4x = 0$

$\Longleftrightarrow -2x^2 + 7x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \times (-2) \times 1 = 49 + 8 = 57$

$\Delta > 0$

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7-\sqrt{57}}{-4} = \dfrac{7+\sqrt{57}}{4}$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7+\sqrt{57}}{-4} = \dfrac{7-\sqrt{57}}{4}$

$\boxed{S = \left\{\dfrac{7+\sqrt{57}}{4}; \dfrac{7-\sqrt{57}}{4}\right\}}$

1.3 forme canonique et racines | niveau 2 | 45 mn |

Exercice 1 (*4 points*)

correction en vidéo ex1 devoir 1-3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 12x + 15$ et on note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Déterminer la forme canonique de f puis dresser son tableau de variation.

Solution:

On a ici $a = -3$, $b = 12$ et $c = 15$

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-12}{-6} = 2$

$\beta = f(\alpha) = -3 \times 2^2 + 12 \times 2 + 15 = 27$

$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta = -3(x-2)^2 + 27$

$\boxed{\text{donc } f(x) = -3(x-2)^2 + 27}$

Remarque

Penser à contrôler l'expression obtenue avec le MENU TABLE en saisissant Y1= $-3x^2 + 12x + 15$ puis Y2= $-3(x-2)^2 + 27$ et en comparant les deux tableaux de valeurs.

Si le résultat est correct, celui de Y1 et celui de Y2 doivent être identiques.

Le coefficient a de x^2 est négatif (parabole orientée vers le "bas") donc on a :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	27	$\searrow$	

2. Déterminer les solutions de l'équation $f(x) = 0$

Solution:

$f(x) = 0 \iff -3x^2 + 12x + 15 = 0$

$\iff -x^2 + 4x + 5 = 0$ (en divisant chaque membre par 3)

$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 16 + 20 = 36$

$\Delta > 0$ donc il y a deux solutions

$x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4+6}{-2} = \dfrac{2}{-2} = -1$

et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4--6}{-2} = \dfrac{-10}{-2} = 5$

$\boxed{\text{Les solutions de l'équation } f(x) = 0 \text{ sont } x_1 = -1 \text{ et } x_2 = 5.}$

Penser à contrôler le résultat avec la calculatrice

Remarque

L'abscisse α du sommet de la parabole correspond à l'abscisse du milieu du segment formé par les points d'intersection de la parabole et de l'axe des abscisses.

On doit donc avoir $\dfrac{x_1+x_2}{2} = \alpha$

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C_f et de l'axe des ordonnées.

☛ **Solution**:

$f(0) = -3\times 0^2 + 12\times 0 + 15 = 15$

$\boxed{\text{donc } C_f \text{ coupe l'axe des ordonnées en } A(0;15)}$

4. Donner l'allure de C_f en mettant en évidence les résultats des questions précédentes.

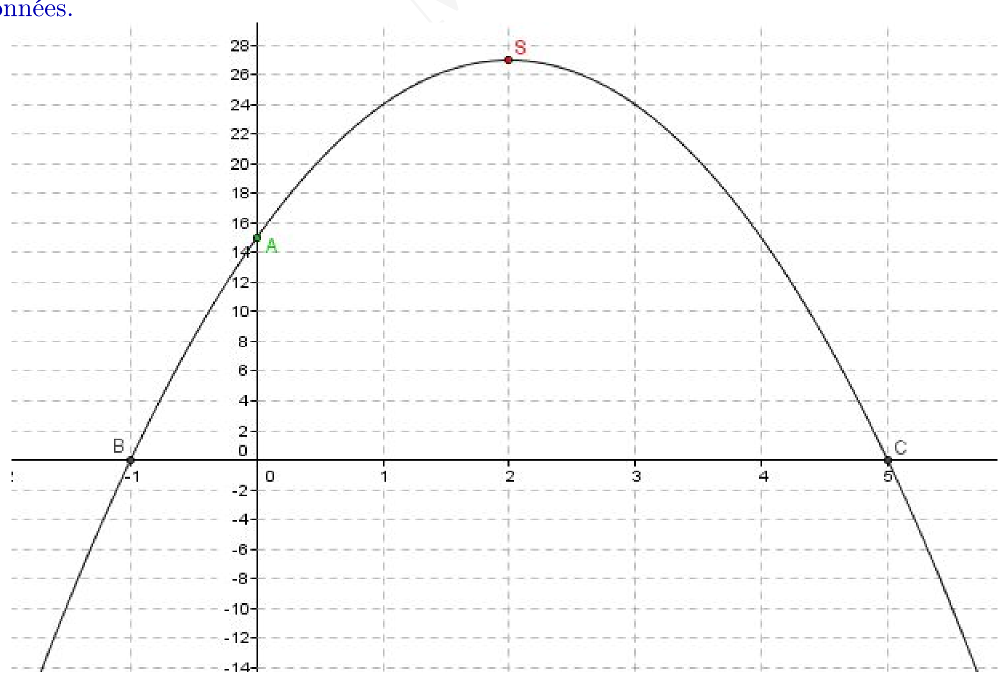
☛ **Solution**:

D'après la question 1, le sommet de la parabole a pour coordonnées $S(2;27)$.

D'après la question 2, la parabole coupe l'axe des abscisses aux points $B(-1;0)$ et $C(5;0)$.

D'après la question 3, la parabole coupe l'axe des ordonnées en $A(0;15)$.

On peut donc choisir 1cm pour unité sur l'axe des abscisses par exemple et 1cm pour 2 unités sur l'axe des ordonnées.



Exercice 2 (*4 points*)

correction en vidéo ex2 devoir 1-3

Résoudre les équations suivantes

1. $16x^2+5=0$

☛ **Solution**:

$16x^2+5=0 \iff x^2=\dfrac{-5}{16}$

$x^2 \geq 0$ donc cette équation n'admet aucune solution.

$\boxed{\text{donc } S=\emptyset}$

2. $2x^2-7x=0$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned} 2x^2-7x=0 &\iff x(2x-7)=0 \\ &\iff x=0 \text{ ou } 2x-7=0 \\ &\iff x=0 \text{ ou } x=\frac{7}{2} \end{aligned}$$

$\boxed{S=\{0;\frac{7}{2}\}}$

⚠ Penser à contrôler les solutions avec le MENU EQUATIONS de la calculatrice (voir tutoriel vidéo réf 642)

3. $(2x-3)^2+4(x-1)=8-19x$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned} (2x-3)^2+4(x-1)=8-19x &\iff 4x^2-2\times 2x\times 3+9+4x-4=8-19x \\ &\iff 4x^2-12x+9+4x-4-8+19x=0 \\ &\iff 4x^2+11x-3=0 \end{aligned}$$

$\Delta=b^2-4ac=11^2-4\times 4\times(-3)=169$

$\Delta>0$ donc il y a deux solutions

$X_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-11+\sqrt{169}}{8}=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$