MATHS-LYCEE.FR

Ressources et accompagnement en mathématiques
pour les élèves de lycée

réussir sa première

OBJECTIF BAC

Devoirs et corrigés

première S

MATHS-LYCEE.FR

LECARPENTIER Jean-François

MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

Mention légales

- MATHS-LYCEE.FR 50500 CARENTAN
  Siret 80383013200012

- Auteur : LECARPENTIER Jean-François

- Le présent recueil de devoirs corrigés de première S propose des documents permettant le soutien scolaire en mathématiques en première S.

- MATHS-LYCEE.FR est propriétaire des droits de propriété intellectuelle ou détient les droits d'usage sur tous les documents du présent receuil.

- Toute reproduction, représentation, modification, publication, adaptation de tout ou partie des éléments du recueil, quel que soit le moyen ou le procédé utilisé, est interdite, sauf autorisation écrite préalable de l'auteur

- Toute **exploitation non autorisée** du recueil ou de l'un quelconque des éléments qu'il contient sera considérée comme constitutive d'une contrefaçon et poursuivie conformément aux dispositions des articles L.335-2 et suivants du Code pénal

- Contact
  contact-info@maths-lycee.fr

  Formulaire de contact du site MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

❑ Introduction

MATHS-LYCEE.FR est un ensemble de ressources avec **plus de 2500 documents**(cours, méthodes, aide-mémoire, QCM, vidéos, exercices et contrôles corrigés) pour s'entraîner, réviser et préparer les contrôles ou le bac.

MATHS-LYCEE.FR accompagne les lycéens en mathématiques de la seconde à la terminale avec **un suivi du travail, une aide en ligne** (chat direct avec un professeur qui conseille, aide et oriente le travail en fonction des difficultés rencontrées).

Le recueil suivant est la compilation des devoirs disponibles sur le site.

❑ Méthode et navigation

Pour chaque exercice des contrôles, un lien permet de naviguer directement vers le corrigé et revenir ensuite sur l'énoncé.

❑ Méthodes

Penser que les révisions de fin de chapitre pour préparer un contrôle ne sont que l'aboutissement **de plusieurs semaines de travail régulier**.

Après chaque exercice ou chaque contrôle, penser à faire le point, **revoir la partie du cours correspondante avec l'aide mémoire** et reprendre l'exercice un peu plus tard si celui-ci à poser problème.

❑ Liens utiles

- méthodes et conseils MATHS-LYCEE.FR
- aide en ligne MATHS-LYCEE.FR
- suivi du travail MATHS-LYCEE.FR
- MATHS-LYCEE.FR classe de seconde
- MATHS-LYCEE.FR classe de première S
- MATHS-LYCEE.FR classe de première ES
- MATHS-LYCEE.FR classe de terminale S
- MATHS-LYCEE.FR classe de terminale ES
- MATHS-COURS.COM (collège, gratuit) vidéos, exercices et devoirs corrigés

MATHS-LYCEE.FR
MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

Table des matières

1 Second degré **11**
1.1 Devoir n° 1-1 (60mn-20 points) . . . 12
1.1.1 Enoncé . . . 12
1.1.2 Enoncé et correction . . . 14
1.2 Devoir n° 1-2 (60mn-20 points) . . . 19
1.2.1 Enoncé . . . 19
1.2.2 Enoncé et correction . . . 22
1.3 DS 1-3 (40mn -10 points) . . . 29
1.3.1 DS n° 1-3 Enoncé . . . 29
1.3.2 DS n° 1-3 Enoncé et correction . . . 31
1.4 DS 1-4 (40mn -20 points) . . . 36
1.4.1 DS n° 1-4 Enoncé . . . 36
1.4.2 DS n° 1-4 énoncé et correction . . . 38

2 Fonctions **45**
2.1 DS 2-1 (60mn -20 points) . . . 46
2.1.1 DS n° 2-1 Enoncé . . . 46
2.1.2 DS n° 2-1 Enoncé et corrigé . . . 47
2.2 DS 2-2 (60mn -20 points) . . . 50
2.2.1 DS n° 2-2 Enoncé . . . 50
2.2.2 DS n° 2-2 Enoncé et correction . . . 52

3 Dérivation **59**
3.1 DS 3-1 (60mn -20 points) . . . 60
3.1.1 Enoncé . . . 60
3.1.2 Enoncé et correction . . . 62
3.2 DS 3-2 (60mn -20 points) . . . 68
3.2.1 Enoncé . . . 68
3.2.2 Enoncé et correction . . . 70
3.3 DS 3-3 (90mn -20 points) . . . 76
3.3.1 Enoncé . . . 76
3.3.2 Enoncé et correction . . . 78

4 Suites **87**
4.1 DS 4-1 (60mn -20 points) . . . 88
4.1.1 Enoncé . . . 88
4.1.2 Enoncé et correction . . . 90
4.2 DS 4-2 (40mn -20 points) . . . 98
4.2.1 Enoncé . . . 98
4.2.2 Enoncé et correction . . . 99
4.3 DS 4-3 (60mn -20 points) . . . 104
4.3.1 Enoncé . . . 104
4.3.2 Enoncé et correction . . . 106
4.4 DS 4-4 (80mn -20 points) . . . 116
4.4.1 Enoncé . . . 116
4.4.2 Enoncé et correction . . . 119

MATHS-LYCEE.FR

4.5 DS 4-5 (60mn -20 points) . . . 126
4.5.1 Enoncé . . . 126
4.5.2 Enoncé et correction . . . 128
4.6 DS 4-6 (90mn -20 points) . . . 134
4.6.1 Enoncé . . . 134
4.6.2 Enoncé et correction . . . 136

5 Coordonnées-vecteurs-droites **145**
5.1 DS 5-1 (30mn -10 points) . . . 146
5.1.1 Enoncé . . . 146
5.1.2 Enoncé et correction . . . 147
5.2 DS 5-2 (90mn -20 points) . . . 152
5.2.1 Enoncé . . . 152
5.2.2 Enoncé et correction . . . 154
5.3 DS 5-3 (60mn -20 points) . . . 164
5.3.1 Enoncé . . . 164
5.3.2 Enoncé et correction . . . 166
5.4 DS 5-4 (60mn -20 points) . . . 174
5.4.1 Enoncé . . . 174
5.4.2 Enoncé et correction . . . 175
5.5 DS 5-5 (90mn -20 points) . . . 181
5.5.1 Enoncé . . . 181
5.5.2 Enoncé et correction . . . 183

6 Trigonométrie **191**
6.1 DS 6-1 (90mn -20 points) . . . 192
6.1.1 Enoncé . . . 192
6.1.2 Enoncé et correction . . . 193
6.2 DS 6-2 (80mn -20 points) . . . 200
6.2.1 Enoncé . . . 200
6.2.2 Enoncé et correction . . . 202

7 Produit scalaire **213**
7.1 DS 7-1 (90mn -20 points) . . . 214
7.1.1 Enoncé . . . 214
7.1.2 Enoncé et correction . . . 216
7.2 DS 7-2 (90mn -20 points) . . . 223
7.2.1 Enoncé . . . 223
7.2.2 Enoncé et correction . . . 225
7.3 DS 7-3 (120mn -20 points) . . . 232
7.3.1 Enoncé . . . 232
7.3.2 Enoncé et correction . . . 234

8 Statistiques **243**
8.1 DS 8-1 (60mn -20 points) . . . 244
8.1.1 Enoncé . . . 244
8.1.2 Enoncé et correction . . . 246
8.2 DS 8-2 (60mn -20 points) . . . 251
8.2.1 Enoncé . . . 251
8.2.2 Enoncé et correction . . . 253

9 Probabilités-loi binomiale **259**
9.1 DS 9-1 (60mn -20 points) . . . 260
9.1.1 Enoncé . . . 260
9.1.2 Enoncé et correction . . . 262
9.2 DS 9-2 (60mn -20 points) . . . 267
9.2.1 Enoncé . . . 267
9.2.2 Enoncé et correction . . . 268

MATHS-LYCEE.FR

9.3 DS 9-3 (60mn -20 points) . . . 273
9.3.1 Enoncé . . . 273
9.3.2 Enoncé et correction . . . 275
9.4 DS 9-4 (60mn -20 points) . . . 280
9.4.1 Enoncé . . . 280
9.4.2 Enoncé et correction . . . 282
9.5 DS 9-5 (80mn -20 points) . . . 288
9.5.1 Enoncé . . . 288
9.5.2 Enoncé et correction . . . 290

MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

Index

dérivation
- calculs de dérivées, 59, 66, 74
- lecture graphique du nombre dérivé, 58, 74
- nombre dérivé, 58
- problème ouvert, 66, 75
- tangente, 58, 66, 75
- variations, 74, 75

fonctions
- fonctions composées, 44
- racine carrée, 44
- valeur absolue, 44, 48, 50

probabilités
- calculs de probabilités, 259, 265, 271, 278, 279, 286
- espérance, 258, 265, 287
- esperance, 259
- loi binomiale, 271, 278, 287
- loi de probabilité, 258, 265
- problème ouvert, 287
- variable aléatoire, 258, 259, 265, 272, 279, 286

produit scalaire
- calcul, 212, 221
- équation d'un cercle, 221
- dans un repère, 213, 221
  - droites orthogonales, 221
- ensemble de points, 213, 222
- problème ouvert, 222

second degré
- degré 3, 17, 34
- équations, 27
- équation avec paramètre, 34
- équations, 10, 17, 34
- inéquations, 17
- forme canonique, 10, 27, 48
- inéquations, 34
- problème, 18, 35
- problème ouvert, 28
- recherche de l'expression de f, 27
- signe, 48

statistiques
- série continue, 242, 250
- diagramme en boîtes, 243, 249
- interpolation linéaire, 243
- médiane-quartiles, 242, 243, 249
- moyenne, 249
- série discrète, 242, 249

suites
- algorithme, 102, 115, 132
- bac, 133
  - suites liées, 103
- graphique, 114
- limite, 103
- problème ouvert, 96, 103, 115, 124
- somme, 86, 115, 124, 132
- suite arithmétique, 124
- suite arithmético-géométrique, 86, 102
- suite arithmétique, 114
- suite bornée, 116
- suite géométrique, 86, 96, 124, 132, 133
- variations, 87, 96, 102, 114, 124, 132

trigonométrie
- cosinus et sinus
  - angles associés, 190, 198
  - équations et inéquations, 190, 198
- mesure principale, 190, 198

vecteurs-droites
- équation cartésienne, 150, 162, 172
  - paramètre, 151
  - paramètre, 179
- intersection, 172, 179
- problème d'alignement, 144, 151, 163, 172, 180
- vecteurs, 150
- vecteurs colinéaires, 144, 151

MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

Chapitre 1

Second degré

Sommaire

1.1 Devoir n° 1-1 (60mn-20 points) 12
1.1.1 Enoncé 12
1.1.2 Enoncé et correction 14
1.2 Devoir n° 1-2 (60mn-20 points) 19
1.2.1 Enoncé 19
1.2.2 Enoncé et correction 22
1.3 DS 1-3 (40mn -10 points) 29
1.3.1 DS n° 1-3 Enoncé 29
1.3.2 DS n° 1-3 Enoncé et correction 31
1.4 DS 1-4 (40mn -20 points) 36
1.4.1 DS n° 1-4 Enoncé 36
1.4.2 DS n° 1-4 énoncé et correction 38

MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

1.1 Devoir n° 1-1 (60mn-20 points)

1.1.1 Enoncé

Exercice 1 *(6 points)*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 12x - 15$ et on note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. Déterminer la forme canonique de f.
2. Déterminer les solutions de l'équation $f(x) = 0$
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C_f et de l'axe des ordonnées.
4. Dresser le tableau de variation de f puis donner l'allure de C_f **en mettant en évidence les résultats des questions précédentes** dans le repère donné en **annexe ex 1**.

Voir le corrigé

Exercice 2 *(8 points)*

Résoudre les équations suivantes

1) $4x^2 - 9 = 0$ 2) $2x^2 - 7x = 0$ 3) $2004x^2 + x - 2005 = 0$

4) $-\frac{3}{4}x^2 + 2x - 5 = 0$ 5) $\frac{3x^2 + 10x + 8}{x + 2} = 2x + 5$

Voir le corrigé

Exercice 3 *(6 points)*

f, g, h et k sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1 \qquad g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 1$$
$$h(x) = -\frac{1}{3}x^2 - 2x - 1 \qquad k(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$$

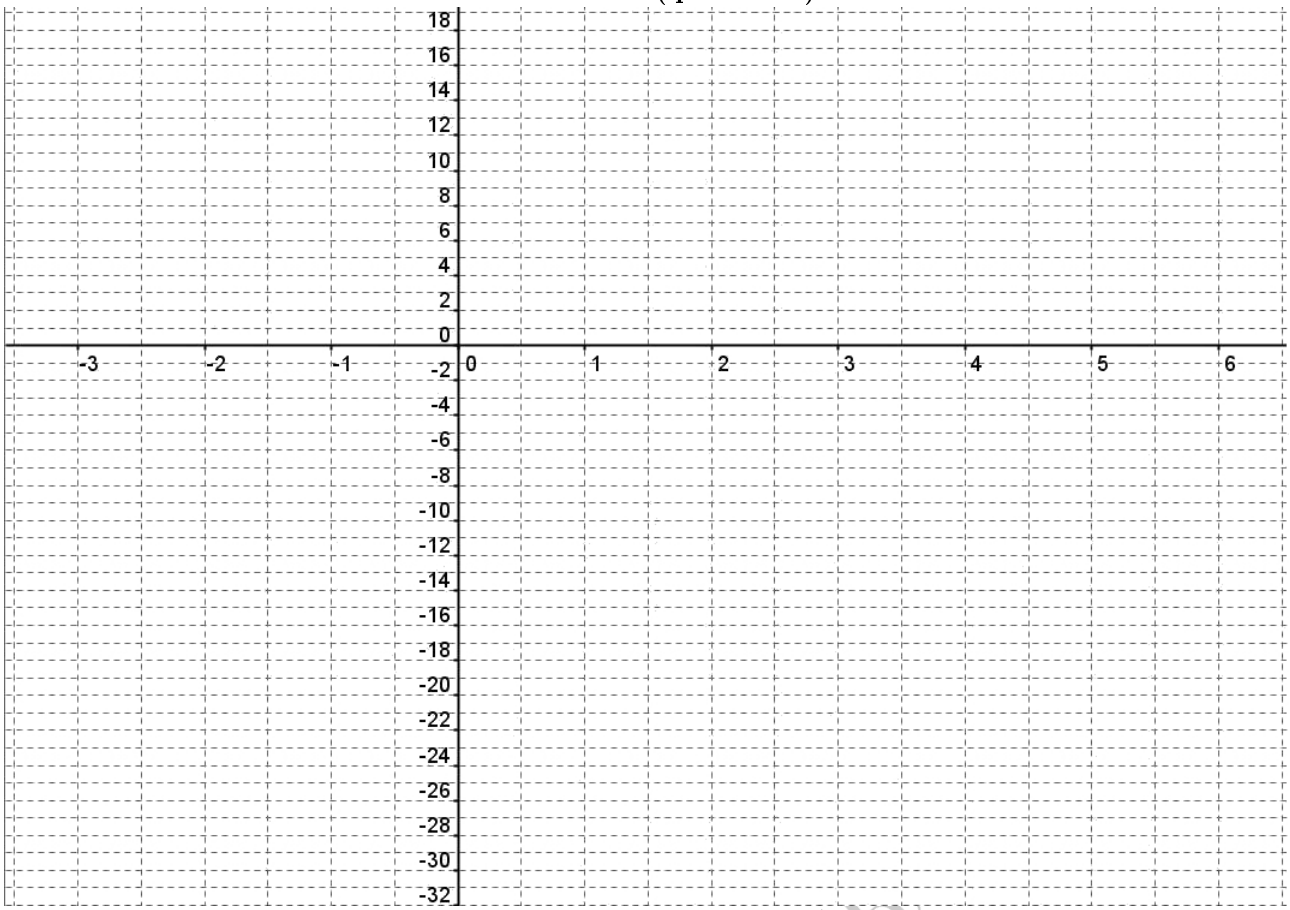
Les représentations graphiques de ces quatre fonctions sont données en annexe ex 3.
Pour chacune de ces fonctions, indiquer laquelle des paraboles ci-dessous la représente, en justifiant.
Résoudre **graphiquement** l'inéquation $f(x) > g(x)$ en justifiant la réponse.

Voir le corrigé

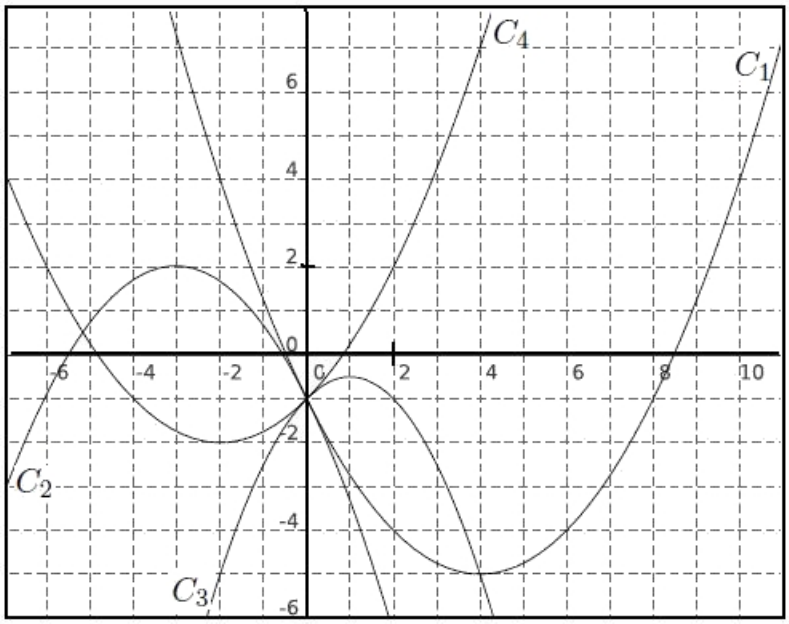
MATHS-LYCEE.FR

Annexe à rendre avec la copie

Annexe ex 1 (question 4)



Annexe ex 3



MATHS-LYCEE.FR - CHAPITRE 1. SECOND DEGRÉ.

1.1.2 Enoncé et correction

Exercice 1 *(6 points)*

Retour sur l'énoncé

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 12x - 15$ et on note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. Déterminer la forme canonique de f.

Solution:

Ici on a $a = 3$, $b = -12$ et $c = -15$

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{12}{6} = 2$ $b = -12$ donc $-b = 12$

et $\beta = f(\alpha) = f(2) = 3 \times 2^2 - 12 \times 2 - 15 = -27$

$\boxed{\text{donc } f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta = 3(x-2)^2 - 27}$

2. Déterminer les solutions de l'équation $f(x) = 0$

Solution:

$f(x) = 0$

$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 3 \times (-15) = 324 = 18^2$

Il y a deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{12 - 18}{6} = -1$

et

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{12 + 18}{6} = 5$

$\boxed{\text{donc } S = \{-1; 5\}}$

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C_f et de l'axe des ordonnées.

Solution:

L'abscisse du point d'intersection de C_f et de l'axe des ordonnées est 0

$\boxed{\text{donc son ordonnée est } f(0) = -15}$

4. Dresser le tableau de variation de f puis donner l'allure de C_f **en mettant en évidence les résultats des questions précédentes** dans le repère donné en **annexe ex 1**.

Solution:

Tableau de variation :

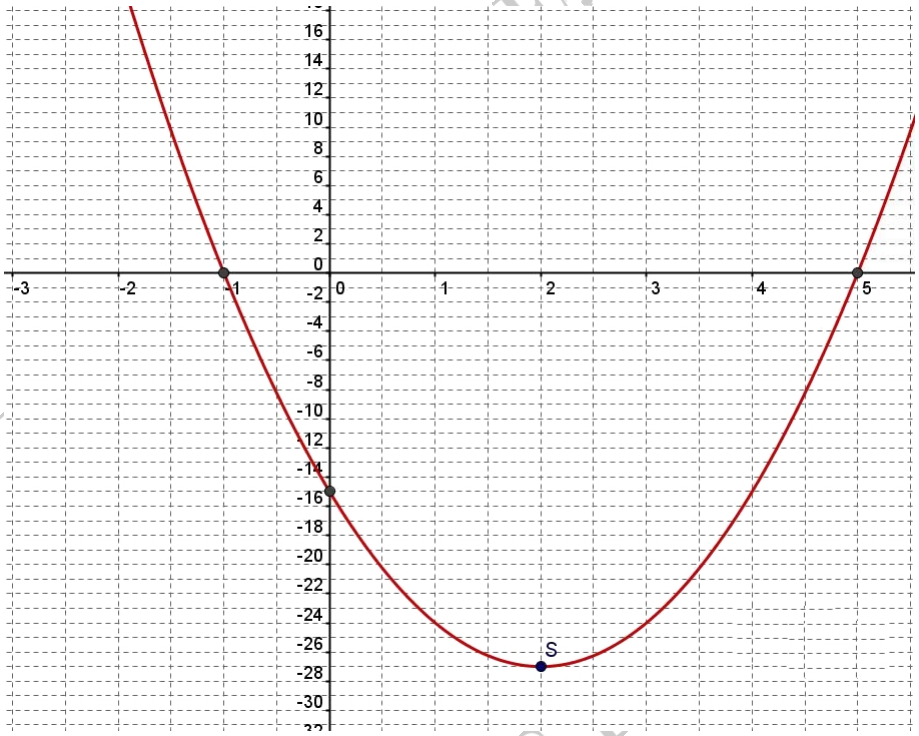
Le sommet de la parabole est $S(\alpha; \beta)$ soit $S(3; -27)$.

Le coefficient $a = 3$ de x^2 est positif donc :

MATHS-LYCEE.FR

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-27	↗ $+\infty$

C_f coupe l'axe des abscisses en $x = -1$ et $x = 5$ et l'axe des ordonnée en $y = -15$ et la parabole a pour sommet le point S de coordonnées $(\alpha; \beta)$ soit $(3; -27)$



Exercice 2 *(8 points)*

Retour sur l'énoncé

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $4x^2 - 9 = 0$

Solution:

$4x^2 - 9 = 0$

$\iff x^2 = \frac{9}{4}$ Le coefficient b est nul donc on peut résoudre sans calculer Δ

$\iff x = -\sqrt{\frac{9}{4}} = -\frac{3}{2}$ ou $x = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

$\boxed{\text{donc } S = \left\{\frac{-3}{2}; \frac{3}{2}\right\}}$

MATHS-LYCEE.FR - CHAPITRE 1. SECOND DEGRÉ.

2. $2x^2 - 7x = 0$

☛ **Solution**:

$2x^2 - 7x = 0$
$\iff x(2x-7) = 0$
$\iff x = 0$ ou $x = \dfrac{7}{2}$

$\boxed{\text{donc } S = \left\{0; \dfrac{7}{2}\right\}}$

3. $2004x^2 + x - 2005 = 0$

☛ **Solution**:

la somme des coefficients $2004 + 1 - 2005 = 0$ donc $x_1 = 1$ est une solution.
$x_1 \times x_2 = \dfrac{c}{a} \iff x_2 = \dfrac{-2005}{2004}$

$\boxed{\text{donc } S = \left\{1; \dfrac{-2005}{2004}\right\}}$

4. $-\dfrac{3}{4}x^2 + 2x - 5 = 0$

☛ **Solution**:

$\Delta = 4 - 4 \times \left(-\dfrac{3}{4}\right) \times (-5) = 4 - 15 = -11$
$\Delta < 0$ donc il n'y a aucune solution

$\boxed{\text{donc } S = \oslash}$

5. $\dfrac{3x^2 + 10x + 8}{x+2} = 2x + 5$

☛ **Solution**:

- Recherche l'ensemble de résolution D_f :
  Il faut $x + 2 \neq 0 \iff x \neq -2$
  donc $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
- Résolution sur D_f :
  Pour tout réel $x \in D_f$:
  $\dfrac{3x^2 + 10x + 8}{x+2} = 2x + 5$
  $\iff 3x^2 + 10x + 8 = (x+2)(2x+5)$ (attention, ceci est possible pour tout $x \in D_f$ et parce que c'est une **équation**)
  $\iff 3x^2 + 10x + 8 = 2x^2 + 5x + 4x + 10$
  $\iff x^2 + x - 2 = 0$
- Recherche des racines de $x^2 + x - 2$
  $1 + 1 - 2 = 0$ donc $x_1 = 1$ est une racine de ce polynôme du second degré.
  On a $x_1 \times x_2 = \dfrac{c}{a}$
  donc la seconde racine est $x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-2}{1} = -2$

MATHS-LYCEE.FR

❑ Ensemble de solution
$x_1 \in D_f$ et $x_2 \notin D_f$

$\boxed{\text{donc } S = \{1\}}$

Exercice 3 *(6 points)*

Retour sur l'énoncé

f, g, h et k sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1$ $\qquad g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 1$
$h(x) = -\frac{1}{3}x^2 - 2x - 1$ $\qquad k(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$
Les représentations graphiques de ces quatre fonctions sont données en annexe ex 3.
Pour chacune de ces fonctions, indiquer laquelle des paraboles ci-dessous la représente, en justifiant.
Résoudre **graphiquement** l'inéquation $f(x) > g(x)$ en justifiant la réponse.

Solution:

Plusieurs méthodes sont possibles :

1. Déterminer l'abscisse du sommet et « l'orientation »de la parabole.
2. Déterminer les coordonnées de un ou plusieurs (un ou deux si plusieurs courbes passent par le premier point) points de la courbe.
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection avec les axes du repère.

On peut aussi utiliser plusieurs informations différentes parmi ces trois méthodes pour identifier la courbe correspondant à chacune des fonctions.

Pour la première fonction, voici le corrigé avec les trois méthodes différentes évoquées ci-dessus.

1. Le sommet de la parabole représentant f a pour abscisse $\frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \times \frac{-1}{2}} = 1$ et le coefficient $a = \frac{-1}{2}$ de x^2 est négatif donc la courbe C_3 représente la fonction f
2. $f(0) = -1$ et $f(1) = -\frac{1}{2} + 1 - 1 = \frac{-1}{2}$.
   la seule courbe passant par les points de coordonnées $(0; -1)$ et $(1; \frac{-1}{2})$ est la courbe C_3.
3. $f(0) = -1$
   La courbe représentant f coupe l'axe des ordonnées en $(0; -1)$
   $\Delta = 1 - 4 \times (\frac{-1}{2}) \times (-1) = -1$ donc la courbe représentant f ne coupe pas l'axe des abscisses, c'est donc la courbe C_3.

Le sommet de la parabole représentant g a pour abscisse $\frac{2}{2 \times \frac{1}{4}} = 4$ et le coefficient de x^2 est $\frac{1}{4}$ et est positif donc la courbe C_1 représente la fonction g

Le sommet de la parabole représentant h a pour abscisse $\frac{2}{2 \times \frac{-1}{3}} = -3$ et le coefficient de x^2 est $\frac{-1}{3}$ et est négatif donc la courbe C_2 représente la fonction h

MATHS-LYCEE.FR - CHAPITRE 1. SECOND DEGRÉ .

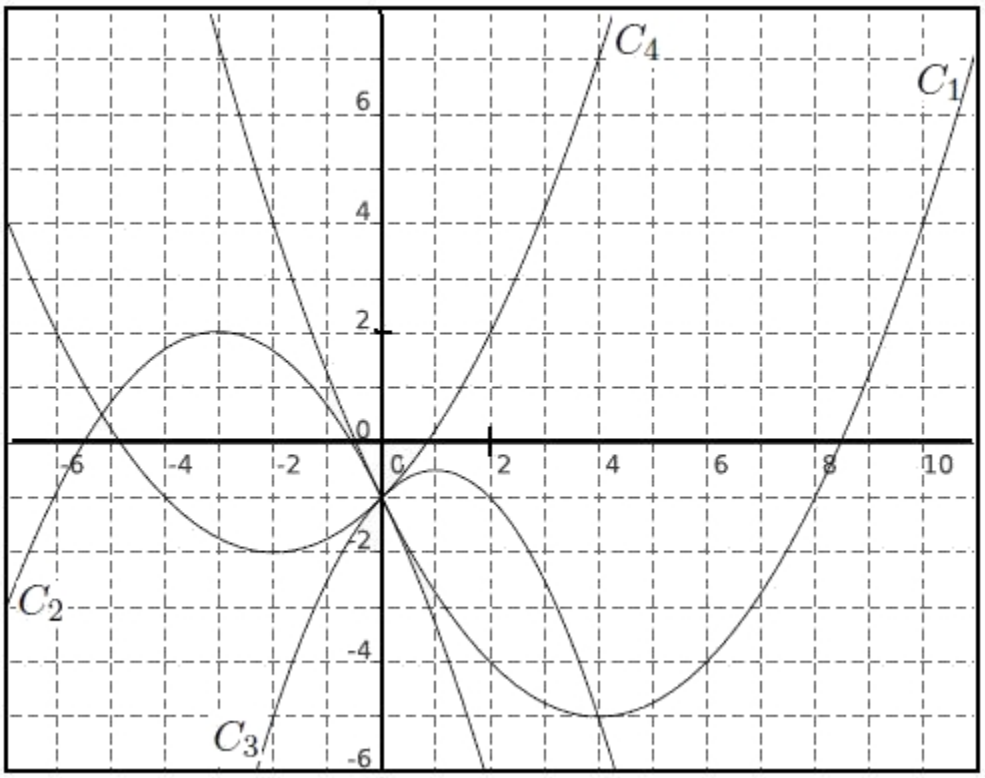
Le sommet de la parabole représentant k a pour abscisse $\dfrac{-1}{2\times\frac{1}{4}}=-2$ et le coefficient de x^2 est $\dfrac{1}{4}$ et est positif donc la courbe C_4 représente la fonction k

Graphiquement, les solutions de l'inéquation $f(x)>g(x)$ sont les abscisses des points de C_3 situés strictement au-dessus de C_1
soit $x\in]0;4[$

$\boxed{\text{L'ensemble de solution est donc } S=]0;4[}$

Annexe à rendre avec la copie

Annexe ex 3



MATHS-LYCEE.FR - CHAPITRE 1. SECOND DEGRÉ .

1.2 Devoir n° 1-2 (60mn-20 points)

1.2.1 Enoncé

Exercice 1 *(9 points)*

1) $\dfrac{2x^2-10x-5}{x+2}=x-3$ 2) $x^4-6x^2+8=0$ 3) $\sqrt{3-x}=3x+5$

4) $\sqrt{x^2+5x+6}=\sqrt{x+3}$ 5) $-2x^2+5x-3>0$ 6) $\dfrac{2x^2-5x+1}{3-x}\leqslant 2$

Voir le corrigé

Exercice 2 *(4 points)*

Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x)=x^3-4x^2+3x+2$. On veut résoudre $P(x)=0$.

1. Montrer que 2 est une solution de cette équation.

2. Déterminer alors les réels a, b et c tels que : $P(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$.

3. En déduire les solutions de l'équation proposée : $P(x)=0$.

Voir le corrigé

Exercice 3 *(4 points)*

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x^2-4x-4$ et $g(x)=-3x^2+6x+12$ et on note C_f et C_g les représentations graphiques de ces deux fonctions dans un repère orthogonal.

C_f est donnée dans le repère donné en annexe ex 3

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole C_g.

2. Dresser le tableau de variation de g puis **tracer** C_g dans le même repère que C_f.

3. Résoudre l'inéquation $3x^2-4x-4>-3x^2+6x+12$.
Comment peut-on contrôler graphiquement l'ensemble de solution obtenu ?

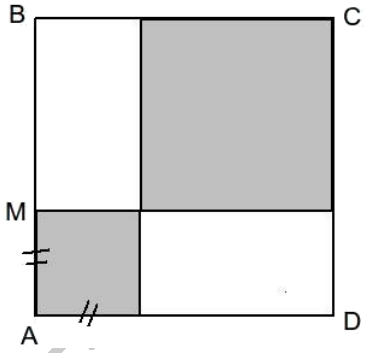
Voir le corrigé

MATHS-LYCEE.FR

Exercice 4 *(3 points)*

ABCD est un carré de côté 8cm et M est un point du segment [AB].

On partage alors le carré en quatre rectangles comme l'indique la figure et on note Ag l'aire du domaine coloré en gris sur la figure ci-dessous.



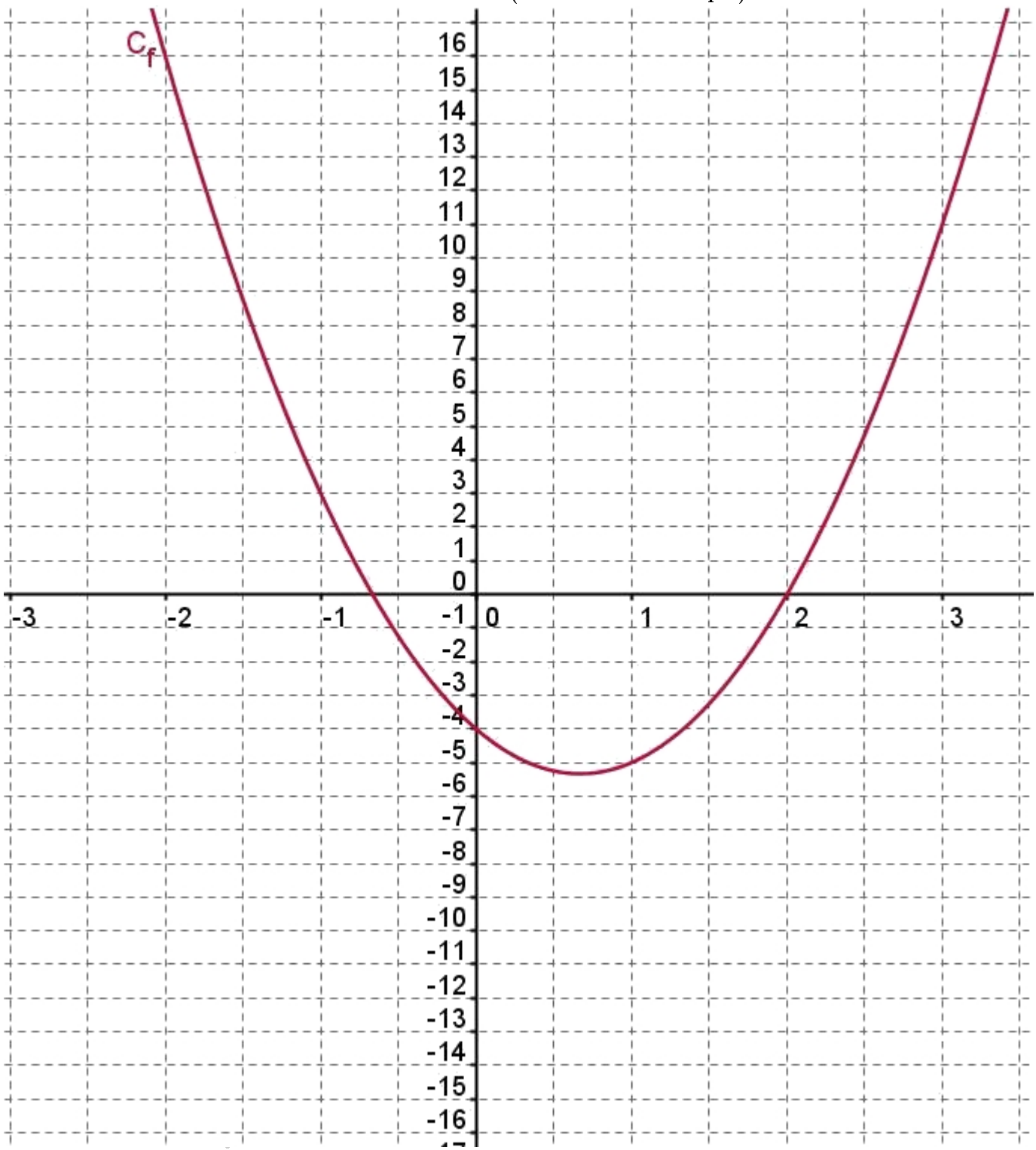
J'affirme qu'il existe **une seule** une position de M pour laquelle l'aire Ag est égale à la moitié de l'aire du carré ABCD.

Est-ce vrai ?

Voir le corrigé

MATHS-LYCEE.FR

Annexe de **l'exercice 2 (à rendre avec la copie)**



1.2.2 Enoncé et correction

Exercice 1 *(9 points)*

Retour sur l'énoncé

Résoudre

1. $\dfrac{2x^2-10x-5}{x+2}=x-3$

Solution:

- Recherche de D_f
  Il faut $x+2\neq 0$ soit $x\neq -2$
  On résout sur $D_f=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$
- Pour tout réel $x\in D_f$:
  $\dfrac{2x^2-10x-5}{x+2}=x-3$
  $\iff 2x^2-10x-5=(x+2)(x-3)$
  $\iff 2x^2-10x-5=x^2-x-6$
  $\iff x^2-9x+1=0$
  $\Delta=b^2-4ac=81-4=77$
  $\Delta>0$ donc il y a deux racines :
  $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{9-\sqrt{77}}{2}$
  et
  $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{9+\sqrt{77}}{2}$
  $x_1\in D_f$ et $x_2\in D_f$
  donc $S=\left\{\dfrac{9-\sqrt{77}}{2};\dfrac{9+\sqrt{77}}{2}\right\}$

2. $x^4-6x^2+8=0$

Solution:

On pose $X=x^2$
et il faut alors résoudre l'équation $X^2-6X+8=0$
$\Delta=b^2-4ac=36-32=4$
$\Delta>0$ donc il y a deux racines :
$X_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{6-2}{2}=2$
et
$X_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{6+2}{2}=4$
On doit résoudre :
$x^2=2$ ou $x^2=4$
$\iff x=\sqrt{2}$ ou $x=-\sqrt{2}$ ou $x=2$ ou $x=-2$
donc $S=\left\{-2;-\sqrt{2};\sqrt{2};2\right\}$

3. $\sqrt{3-x}=3x+5$

Solution:

MATHS-LYCEE.FR

- Il faut $3-x \geq 0 \iff 3 \geq x$ soit $x \in]-\infty;3]$
  et $3x+5 \geq 0 \iff x \geq \dfrac{-5}{3}$ soit $x \in \left[\dfrac{-5}{3};+\infty\right[$
  On résout sur $D_f =]-\infty;3] \cap \left[\dfrac{-5}{3};+\infty\right[= \left[\dfrac{-5}{3};3\right]$
- Pour tout réel $x \in D_f$:
  $\sqrt{3-x} = 3x+5$
  $\iff 3-x = (3x+5)^2$
  $\iff 3-x = 9x^2+30x+25$
  $\iff 9x^2+31x+22 = 0$
  $\Delta = b^2-4ac = 169$
  $\Delta > 0$ donc il y a deux racines :
  $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-31-13}{18} = \dfrac{-44}{18} = \dfrac{-22}{9}$
  et
  $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-31+13}{18} = \dfrac{-18}{18} = -1$
- Ensemble de solution :
  $x_1 \notin D_f$ et $x_2 \in D_f$
  donc $S = \{-1\}$

4. $\sqrt{x^2+5x+6} = \sqrt{x+3}$

☛ **Solution**:

- Recherche de D_f :
  Il faut $x^2+5x+6 \geq 0$
  Recherche des racines :
  $\Delta = b^2-4ac = 25-24 = 1$
  $\Delta > 0$ donc il y a deux racines :
  $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-5-1}{2} = \dfrac{-6}{2} = -3$
  et
  $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-5+1}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2$
  signe de x^2+6x+6 :
  tableau de signes

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
x^2+5x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	

  donc $x \in]-\infty;-3] \cup [-2;+\infty[$

  Il faut aussi $x+3 \geq 0$ soit $x \geq -3$
  donc $D_f = (]-\infty;-3] \cup [-2;+\infty[) \cap [-3;+\infty[= \{-3\} \cup [-2;+\infty[$ (intersection des deux ensembles trouvés ci-dessus)
- Pour tout réel $x \in D_f$:
  $\sqrt{x^2+5x+6} = \sqrt{x+3}$
  $\iff x^2+5x+6 = x+3$
  $\iff x^2+4x+3 = 0$
- Recherche des solutions de $x^2+4x+3 = 0$
  $(-1)^2-4+3 = 0$ donc $x_1 = -1$ est une solution.
  $x_1x_2 = \dfrac{c}{a} \iff -x_2 = 3 \iff x_2 = -3$

MATHS-LYCEE.FR - CHAPITRE 1. SECOND DEGRÉ.

- Ensemble de solution :
  $x_1 \in D_f$ et $x_2 \in D_f$ donc $S = \{-3; -1\}$

5. $-2x^2 + 5x - 3 > 0$

☛ **Solution**:

- Recherche des racines de $-2x^2 + 5x - 3$
  $-2 + 5 - 3 = 0$ donc $x_1 = 1$ est une racine.
  $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} \iff x_2 = \dfrac{3}{2}$
- Signe de $-2x^2 + 5x - 3$

x	$-\infty$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$-2x^2 + 5x - 3$		$-$	0	$+$	0	$-$	
		signe de a= -2				*signe de a=-2*	

- Ensemble de solution :
  $S =]1; \dfrac{3}{2}[$

6. $\dfrac{2x^2 - 5x + 1}{3 - x} \leqslant 2$

☛ **Solution**:

- Il faut $3 - x \neq 0$ soit $x \neq 3$
  donc $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$
- Pour tout réel $x \in D_f$:
  $\dfrac{2x^2 - 5x + 1}{3 - x} \leqslant 2$
  $\iff \dfrac{2x^2 - 5x + 1}{3 - x} - 2 \leqslant 0$
  $\iff \dfrac{2x^2 - 5x + 1 - 2(3 - x)}{3 - x} \leqslant 0$
  $\iff \dfrac{2x^2 - 5x + 1 - 6 + 2x)}{3 - x} \leqslant 0$
  $\iff \dfrac{2x^2 - 3x - 5}{3 - x} \leqslant 0$
- Racines de $2x^2 - 3x - 5$
  $\Delta = b^2 - 4ac = 9 + 40 = 49$
  $\Delta > 0$ donc il y a deux racines :
  $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{3 - 7}{4} = -1$
  et
  $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{3 + 7}{4} = \dfrac{5}{2}$
- Tableau de signes

MATHS-LYCEE.FR

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		3		$+\infty$
$2x^2-3x-5$		$+$ *signe de a=2*	0	$-$	0	$+$ *signe de a=2*		$+$	
$3-x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$\frac{2x^2-3x-5}{3-x}$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

- Ensemble de solution
  $S=[-1;\frac{5}{2}]\cup]3;+\infty[$

Exercice 2 *(4 points)*

Retour sur l'énoncé

Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x)=x^3-4x^2+3x+2$. On veut résoudre $P(x)=0$.

1. Montrer que 2 est une solution de cette équation.

Solution:

$P(2)=2^3-4\times 2^2+3\times 2+2=8-16+6+2=0$
donc 2 est une racine de $P(x)$

2. Déterminer alors les réels a, b et c tels que : $P(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$.

Solution:

Pour tout réel x :
$P(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$
$=ax^3+bx^2+cx-2ax^2-2bx-2c$
$=ax^3+bx^2-2ax^2+cx-2bx-2c$
$=x^3-4x^2+3x+2$
Par identification des coefficients :
$a=1$
$b-2a=-4\iff b=-4+2a=-2$
$c-2b=3\iff c=3+2b=-1$
et on a bien $-2c=2$
donc $P(x)=(x-2)(x^2-2x-1)$

3. En déduire les solutions de l'équation proposée : $P(x)=0$.

Solution:

$P(x)=0\iff x-2=0$ ou $x^2-2x-1=0$
Recherche des racines de x^2-2x-1
$\Delta=b^2-4ac=4+4=8$
$\Delta>0$ donc il y a deux racines :

MATHS-LYCEE.FR - CHAPITRE 1. SECOND DEGRÉ.

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2-\sqrt{8}}{2} = \dfrac{2-2\sqrt{2}}{2} = 1-\sqrt{2}$
et
$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2+\sqrt{8}}{2} = \dfrac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1+\sqrt{2}$
Donc $S = \{1-\sqrt{2}; 2; 1+\sqrt{2}\}$

Exercice 3 *(4 points)*

Retour sur l'énoncé

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 4x - 4$ et $g(x) = -3x^2 + 6x + 12$ et on note C_f et C_g les représentations graphiques de ces deux fonctions dans un repère orthogonal.

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole C_g.

Solution:

Le sommet de C_g a pour coordonnées $(\alpha; \beta)$ avec $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-6}{-6} = 1$ et $\beta = g(\alpha) = g(1) = 15$

2. Dresser le tableau de variation de g puis **tracer** C_g dans le même repère que C_f.

Solution:

Le coefficient $a = -3$ de x^2 est négatif donc :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	15	$\searrow$	$-\infty$

3. Résoudre l'inéquation $3x^2 - 4x - 4 > -3x^2 + 6x + 12$.
Comment peut-on contrôler graphiquement l'ensemble de solution obtenu ?

Solution:

$3x^2 - 4x - 4 > -3x^2 + 6x + 12$
$\iff 6x^2 - 10x - 16 > 0$
$\iff 3x^2 - 5x - 8 > 0$
$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4 \times 3 \times (-8) = 121$
$\Delta > 0$ donc il y a deux racines :
$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{5-11}{6} = -1$
et
$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{5+11}{6} = \dfrac{16}{6} = \dfrac{8}{3}$

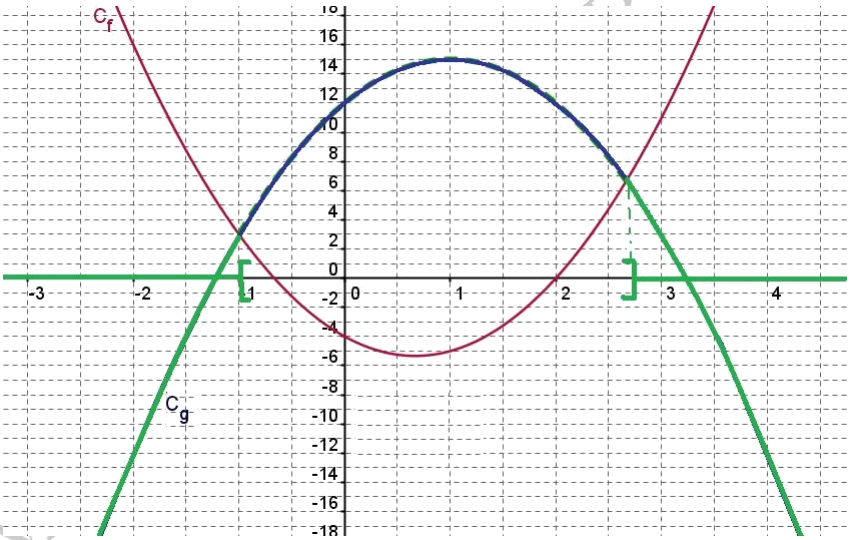
x	$-\infty$		-1		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
$3x^2 - 5x - 8$		$+$ *signe de a=3*	0	$-$	0	$+$ *signe de a=3*	

MATHS-LYCEE.FR - CHAPITRE 1. SECOND DEGRÉ .

donc $S =]-\infty; -1[\cup]\frac{8}{3}; +\infty[$

Graphiquement, les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont les abscisses des points de C_f situés strictement au-dessus de C_g

ce qui correspond à l'ensemble de solution obtenu par le calcul (zone en vert sur l'axe des abscisses).

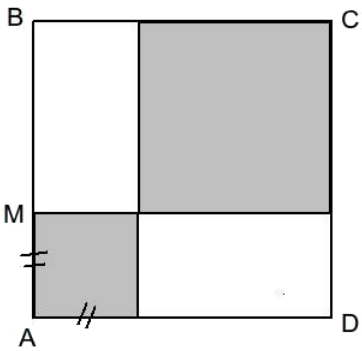


Exercice 4 *(3 points)*

Retour sur l'énoncé

ABCD est un carré de côté 8cm et M est un point du segment [AB].

On partage alors le carré en quatre rectangles comme l'indique la figure et on note Ag l'aire du domaine coloré en gris sur la figure ci-dessous.

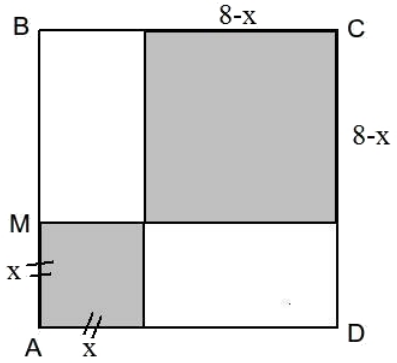


J'affirme qu'il existe **une seule** une position de M pour laquelle l'aire Ag est égale à la moitié de l'aire du carré ABCD.

Est-ce vrai ?

Solution:

MATHS-LYCEE.FR - CHAPITRE 1. SECOND DEGRÉ .



On pause $x = AM$ On a $x \geq 0$ (distance et $M \in [AB]$) et $8 - x \geq 0 \Longleftrightarrow 8 \geq x$
donc $x \in [0; 8]$
On a Ag= $x^2 + (8-x)^2 = x^2 + 64 - 16x + x^2 = 2x^2 - 16x + 64 = 2(x^2 - 8x + 32)$
L'aire de ABCD est de 64 cm^2
Pour vérifier cette affirmation, il faut résoudre Ag= 32 soit $2x^2 - 16x + 64 = 32$
$2x^2 - 16x + 64 = 32$
$\Longleftrightarrow 2x^2 - 16x + 32 = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac = 16^2 - 4 \times 2 \times 32 = 0$
donc l'équation admet **une unique solution** $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{16}{4} = 4$
on a alors partagé le carré en quatre carrés identiques de côté 4cm.
donc l'affirmation est exacte.

Autre méthode :
On pause $P(x) = Ag = 2x^2 - 16x + 64$
Coordonnées du sommet de la parabole : $\alpha = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{16}{4} = 4$
et $P(4) = 2 \times 4^2 - 16 \times 4 + 64 = 32$
et le coefficient de x^2 est positif donc on a le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	32	$\nearrow$	$+\infty$

Le maximum de f est 32 donc Ag= 32 pour $x = 4$ et c'est la seule valeur possible puisque c'est pour $x = 4$ que Ag est maximale et vaut 32.

1.3 DS 1-3 (40mn -10 points)

1.3.1 DS n° 1-3 Enoncé

Exercice 1 *(3,5 points)*

Voir le corrigé

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 12x + 15$ et on note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Déterminer la forme canonique de f puis dresser son tableau de variation.
2. Déterminer les solutions de l'équation $f(x) = 0$
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C_f et de l'axe des ordonnées.
4. Donner l'allure de C_f en mettant en évidence les résultats des questions précédentes.

Exercice 2 *(3 points)*

Voir le corrigé

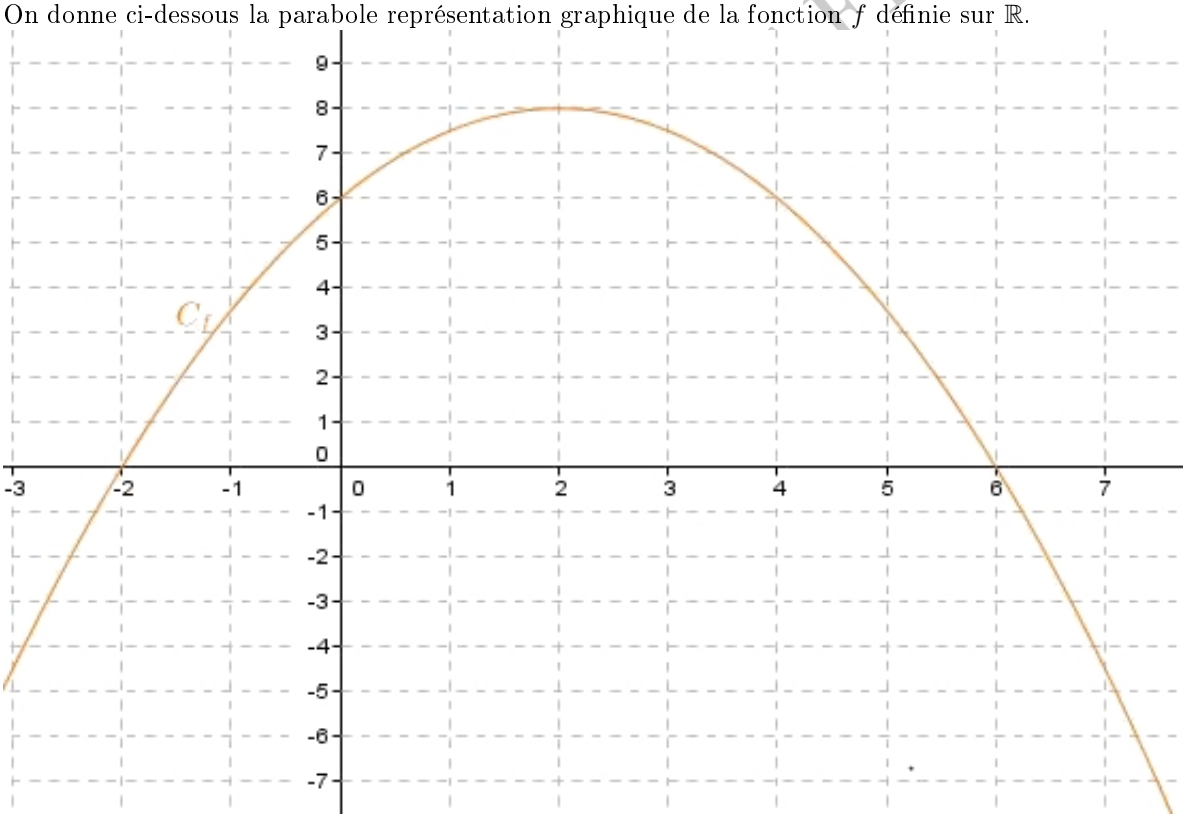
Résoudre les équations suivantes

1. $16x^2 + 5 = 0$
2. $2x^2 - 7x = 0$
3. $-2x^4 - 3x^2 + 5 = 0$

Exercice 3 *(2 points)*

Voir le corrigé

On donne ci-dessous la parabole représentation graphique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR - CHAPITRE 1. SECOND DEGRÉ.

Déterminer l'expression de f.

Exercice 4 *(1,5 points)*

Voir le corrigé

Problème "ouvert" : toute trace de recherche, même incomplète, sera mise en valeur dans la notation
m est un réel quelconque.
Déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'équation $mx^2 + (2m+1)x + m + 2 = 0$ admet deux solutions.

MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR - CHAPITRE 1. SECOND DEGRÉ .