



# MATHS-LYCEE.FR

## SECONDE



**MÉMO**



**Ex d'application**



**VIDÉO**

**L'essentiel pour réussir  
la SECONDE**



**Lecarpentier Jean-François**

MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR



## Mention légales

- ❑ Éditeur  
LECARPENTIER Jean-François avenue d'Agde 34810 Pomérols
- ❑ Siret 80383013200012
- ❑ Contact : [contact-info@maths-lycee.fr](mailto:contact-info@maths-lycee.fr)
- ❑ MATHS-LYCEE.FR est propriétaire des droits de propriété intellectuelle ou détient les droits d'usage sur tous les documents du présent recueil.
- ❑ Toute reproduction, représentation, modification, publication, adaptation de tout ou partie des éléments du recueil, quel que soit le moyen ou le procédé utilisé, est interdite, sauf autorisation écrite préalable de l'auteur
- ❑ Toute **exploitation non autorisée** du recueil ou de l'un quelconque des éléments qu'il contient sera considérée comme constitutive d'une contrefaçon et poursuivie conformément aux dispositions des articles L.335-2 et suivants du Code pénal



MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

# Préface

Cet ouvrage permet aux élèves de seconde générale en mathématiques **de se familiariser avec les notions essentielles du programme.**

Il ne s'agit en aucun cas d'un cours de seconde complet mais **l'objectif est de permettre de réviser les notions vues en seconde** pour préparer l'entrée en première avec la spécialité mathématiques.

Il a été conçu dans le but **de revoir et appliquer directement chaque notion au programme** de seconde sur des exemples simples en tenant compte des difficultés rencontrées le plus souvent chez les élèves.

**Les vidéos** associées aux exercices d'application permettent une approche plus ludique et d'avoir des explications complémentaires à celles de la version écrite d'un exercice.

Vous aurez accès aux exercices plus complets et de recherche sur le site [MATHS-LYCEE.FR](http://MATHS-LYCEE.FR) associé à ce livre.



MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

# A lire impérativement avant de commencer

MATHS-LYCEEE.FR est un site de soutien et aide en mathématiques pour les élèves de lycée conforme aux nouveaux programmes de septembre 2019.

Pour chaque chapitre, **des séquences de travaux sont planifiées** pour progresser à son rythme (menu planning du travail pour chaque chapitre).

MATHS-LYCEE.FR propose également une assistance unique via l'application WhatsApp permettant de dialoguer avec un professeur dès que nécessaire pour avoir de l'aide, des explications, des conseils de révision...

## Aide WhatsApp illimitée !

MATHS-LYCEE.FR c'est un professeur à vos côtés au quotidien !

Aide illimitée!  
Un prof à vos côtés dès  
que vous avez besoin  
d'aide

**REJOIGNEZ-NOUS**

conseils  
explications  
aide  
corrections  
révisions...

Réussir en maths, c'est possible !



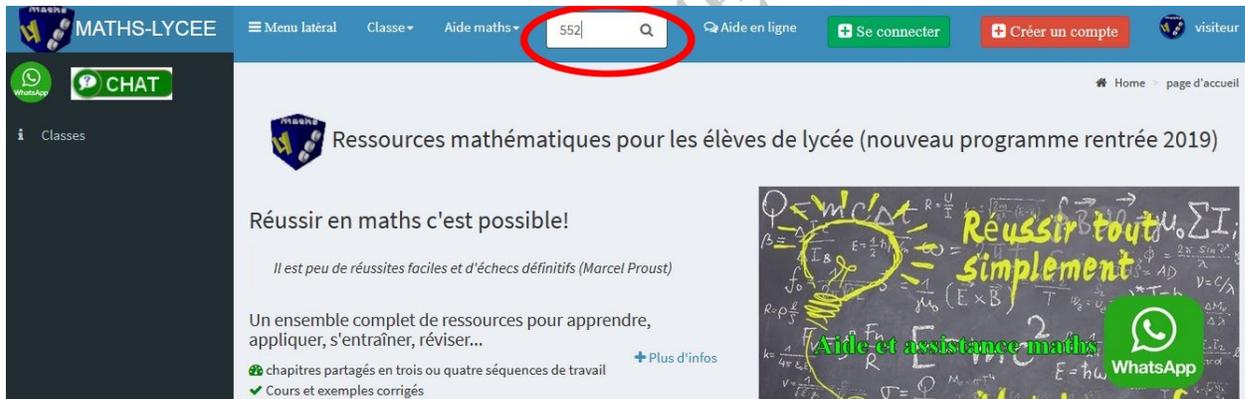
# MODE d'emploi et liens vidéos

Pour chaque section, vous trouverez un rappel de cours et un ou plusieurs exercices d'application directe du cours.

Les **références des vidéos** permettent d'accéder directement à la vidéo (utilisation du document PDF) ou bien d'accéder à la vidéo avec sa référence (version imprimée).

Accès à une vidéo avec sa référence :

- lien sur le site MATHS-LYCEE.FR
- Pour accéder directement à la vidéo avec sa référence, taper le numéro de la vidéo dans la barre de recherche :



# Table des matières

Préface	3
Assistance et soutien scolaire MATHS-LYCEE.FR	5
<b>A lire impérativement avant de commencer</b>	<b>6</b>
<b>1 Ensembles de nombres et intervalles</b>	<b>11</b>
1.1 Ensembles de nombres	12
1.2 Intervalles	14
1.2.1 notations	14
1.2.2 Intersection et réunion	16
1.3 Valeur absolue	19
1.3.1 Définition	19
1.3.2 Distance sur un axe gradué	20
1.3.3 Intervalle centré et valeur absolue	22
<b>2 Nombres premiers et divisibilité</b>	<b>25</b>
2.1 Quelques rappels de collège	26
2.2 Écriture des nombres entiers pairs et impairs	26
2.3 Divisibilité dans $\mathbb{Z}$	26
2.4 Nombres premiers	27
2.5 Produit facteurs premiers	27
2.5.1 Décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers	27
2.5.2 Applications de la décomposition en facteurs premiers	29
<b>3 Calculs et équations</b>	<b>33</b>
3.1 Règles de calculs avec les exposants et racines carrées	34
3.2 Développer et factoriser	35
3.2.1 Développer	35
3.2.2 Factoriser	36
3.3 Équations du premier degré	37
3.3.1 Quelques rappels	37
3.3.2 Résolution d'équations du premier degré	37
3.3.3 Contrôle avec la calculatrice	39
3.3.4 Astuces pour simplifier les calculs avec des fractions	39
3.4 Équations produit	39
3.4.1 Méthode et exemples	40
3.4.2 Exemples	40
3.4.3 Équations avec un quotient	41
3.5 Système d'équations à deux inconnues	42
3.5.1 Résolution par substitution	42
3.5.2 Résolution par combinaisons	43



<b>4</b>	<b>Inégalités et inéquations</b>	<b>45</b>
4.1	Comparer deux nombres . . . . .	46
4.2	Opérations sur les inégalités . . . . .	46
4.2.1	Calculs avec des inégalités . . . . .	46
4.2.2	Encadrement d'expressions . . . . .	47
4.3	Signe d'un produit et d'un quotient . . . . .	48
4.3.1	Signe de $ax + b$ . . . . .	48
4.3.2	Signe d'un produit de facteurs . . . . .	49
4.3.3	Signe d'un quotient . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Fonctions</b>	<b>57</b>
5.1	Définition . . . . .	58
5.1.1	notation . . . . .	58
5.1.2	Ensemble de définition . . . . .	58
5.1.3	Représentation graphique d'une fonction . . . . .	59
5.2	Lectures graphiques . . . . .	61
5.3	Calculs d'images et d'antécédents . . . . .	65
5.4	Résolution graphique d'inéquations . . . . .	70
5.5	Tableau de variation . . . . .	74
<b>6</b>	<b>Fonctions de référence</b>	<b>79</b>
6.1	Fonction affine . . . . .	80
6.2	Fonction carré . . . . .	81
6.3	Fonction racine carrée . . . . .	88
6.4	Complément : comparaison de $x$ , $x^2$ et $\sqrt{x}$ sur $[0; +\infty[$ . . . . .	90
6.5	Fonction cube . . . . .	94
6.6	Fonction inverse . . . . .	98
<b>7</b>	<b>Géométrie vecteurs et coordonnées</b>	<b>101</b>
7.1	Quelques rappels de collège . . . . .	102
7.2	Rappels sur les droites du triangle . . . . .	104
7.3	Vecteurs égaux-translations . . . . .	107
7.4	Somme de deux vecteurs-relation de Chasles . . . . .	110
7.5	Produit d'un vecteur par un réel . . . . .	112
7.6	Vecteurs colinéaires . . . . .	115
7.7	Rappels de troisième (milieu, distances) . . . . .	117
7.8	Coordonnées d'un vecteur . . . . .	119
7.9	Vecteurs colinéaires dans un repère . . . . .	121
<b>8</b>	<b>Équations de droite</b>	<b>125</b>
8.1	Equation réduite d'une droite . . . . .	126
8.2	Vecteur directeur d'une droite . . . . .	129
8.3	Vecteur directeur et équations cartésiennes . . . . .	130
8.4	Exemple équation cartésienne avec deux points . . . . .	132
8.5	Équation cartésienne d'une parallèle . . . . .	134
8.6	Intersection de deux droites . . . . .	135
<b>9</b>	<b>Pourcentages et statistiques</b>	<b>139</b>
9.1	Pourcentages . . . . .	140
9.1.1	proportion . . . . .	140
9.1.2	Pourcentage d'évolution et coefficient multiplicateur . . . . .	140
9.1.3	Évolutions successives et réciproques . . . . .	143
9.1.4	Évolution réciproque . . . . .	143
9.2	Statistiques : vocabulaire et définitions . . . . .	144
9.3	Moyenne . . . . .	144
9.4	Quartiles et médiane . . . . .	146



<b>10 Probabilités</b>	<b>151</b>
10.1 Expérience aléatoire-Loi de probabilité sur un ensemble fini . . . . .	152
10.2 Événements, probabilités . . . . .	152
10.2.1 Notation et probabilités . . . . .	152
10.2.2 Intersection-réunion . . . . .	152
10.3 Échantillonnage . . . . .	158
10.3.1 Intervalle de fluctuation et prise de décision . . . . .	158
10.3.2 Intervalle de confiance . . . . .	159
<b>11 Complément programmation en Python</b>	<b>161</b>
11.1 Variables . . . . .	162
11.2 Comparaison de nombres . . . . .	162
11.3 Manipuler les nombres . . . . .	163
11.4 Test IF Then Else . . . . .	163
11.5 Boucles TANT QUE . . . . .	164
11.6 Boucles POUR . . . . .	164
11.7 Manipulation des listes . . . . .	165
11.7.1 Saisir une liste . . . . .	165
11.7.2 Opérations sur les listes . . . . .	165
11.7.3 Compléments sur les listes . . . . .	166
11.8 Les fonctions . . . . .	166

MATHS-LYCEE.FR



MATHS-LYCEE.FR

MATHS-LYCEE.FR

# Chapitre 1

## Ensembles de nombres et intervalles

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Ensembles de nombres</b>	<b>12</b>
<b>1.2</b>	<b>Intervalles</b>	<b>14</b>
1.2.1	notations	14
1.2.2	Intersection et réunion	16
<b>1.3</b>	<b>Valeur absolue</b>	<b>19</b>
1.3.1	Définition	19
1.3.2	Distance sur un axe gradué	20
1.3.3	Intervalle centré et valeur absolue	22

---

MATHS-LYCEE.FR



## 1.1 Ensembles de nombres



### Mémo : notations

❑ **Entiers naturels :  $\mathbb{N}$**

L'ensemble des entiers naturels se note  $\mathbb{N}$ .

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4...\}$$

❑ **Entiers relatifs :  $\mathbb{Z}$**

L'ensemble des entiers relatifs se note  $\mathbb{Z}$ .

$$\mathbb{Z} = \{..... - 4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4...\}$$

❑ **Nombres décimaux :  $\mathbb{D}$**

L'ensemble des nombres décimaux se note  $\mathbb{D}$ .

$\mathbb{D}$  est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme  $\frac{a}{10^n}$  avec  $a$  entier relatif et  $n$  entier naturel c'est à dire dont la partie décimale est finie.

❑ **Nombres rationnels :  $\mathbb{Q}$**

L'ensemble des nombres rationnels se note  $\mathbb{Q}$ .

$\mathbb{Q}$  est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme  $\frac{a}{b}$  avec  $a$  entier relatif et  $b$  entier naturel non nul.

❑ **Nombres réels :  $\mathbb{R}$**

L'ensemble des nombres réels se note  $\mathbb{R}$ .

Pour le moment, tous les nombres utilisés en seconde...

#### Remarque

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Ce qui signifie que  $\mathbb{N}$  est contenu (inclus) dans  $\mathbb{Z}$  lui-même contenu dans  $\mathbb{D}$  lui-même contenu dans  $\mathbb{Q}$  lui-même contenu dans  $\mathbb{R}$ .



réf 132-Définitions et notations des ensembles de nombres



### Mémo : symbole appartient

$\in$  se lit "appartient à".

Par exemple 2,5 est un nombre décimal donc  $2,5 \in \mathbb{D}$

mais  $2,5 \notin \mathbb{N}$

#### ❑ Exercice 1 : notations

Déterminer à quel ensemble appartient chaque nombre (on donnera le plus petit ensemble possible).

1. 3,4

☛ **Solution:**

$$3,4 = \frac{34}{10} \text{ est un nombre décimal}$$

$$3,4 \in \mathbb{D}$$

2.  $\frac{2}{3}$

☛ **Solution:**



$\frac{2}{3}$  est un nombre rationnel

$$\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$$

3.  $\frac{3}{5}$

• Solution:

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$  est un nombre rationnel mais aussi un nombre décimal

$$\frac{3}{5} \in \mathbb{D}$$

Remarque

$$\frac{3}{5} = 0,6$$

4.  $-8$

• Solution:

$-8$  est un nombre entier relatif

$$-8 \in \mathbb{Z}$$

□ **Exercice 2 : nature d'un nombre**

Déterminer à quel ensemble appartient chaque nombre (on donnera le plus petit ensemble possible).

1.  $(1 + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}$

• Solution:

$$\begin{aligned} (1 + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} &= 1 + 2 \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 - 2\sqrt{2} \\ &= 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} \\ &= 1 + 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{donc } (1 + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \in \mathbb{N}$$

2.  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{13}{9}$

• Solution:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{13}{9} &= \frac{4}{9} - \frac{13}{9} \\ &= \frac{-9}{9} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{13}{9} \in \mathbb{Z}$$



3.  $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$

• Solution:

$$(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 2^2 - \sqrt{3}^2 = 4 - 3 = 1$$

$$(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) \in \mathbb{N}$$

4.  $\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1 + \sqrt{3}}{3}$

• Solution:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1 + \sqrt{3}}{3} &= \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - \frac{1 + \sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1 + \sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3}}{3} \quad \text{!} \quad \text{signe - devant la barre de fraction} \\ &= \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{donc } \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1 + \sqrt{3}}{3} \in \mathbb{Q}.$$

 Série 1 du chapitre 1 pour plus d'exercices

## 1.2 Intervalles

### 1.2.1 notations



### Mémo : notations

On note un intervalle avec des crochets ouverts ou fermés.

Par exemple  $[a; b[$  (avec  $a < b$ ) correspond aux nombres réels supérieurs ou égaux à  $a$  mais strictement inférieurs à  $b$  soit aux nombres réels  $x$  tels que  $a \leq x < b$ .

Sur l'axe gradué ci-dessous, ceci correspond à la zone rouge.



L'ensemble vide (ne contenant aucun nombre) est noté  $\emptyset$ .

 [réf 133-Lien intervalle-inégalité](#)

### Exercice 3 : lien inégalité intervalle

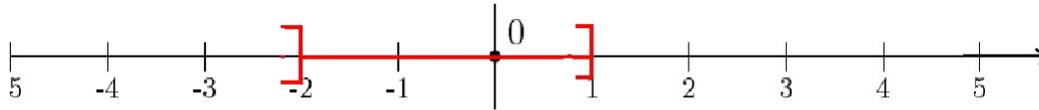
Traduire les intervalles suivants à l'aide d'une inégalité.



1.  $x \in ] - 2; 1]$

• Solution:

Avec un axe gradué, on a :

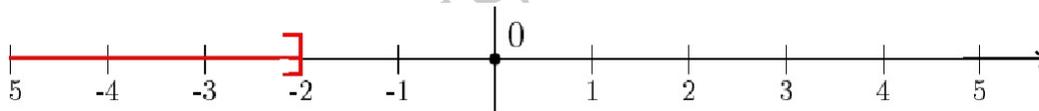


$$-2 < x \leq 1$$

2.  $x \in ] - \infty; -2]$

• Solution:

Avec un axe gradué, on a :

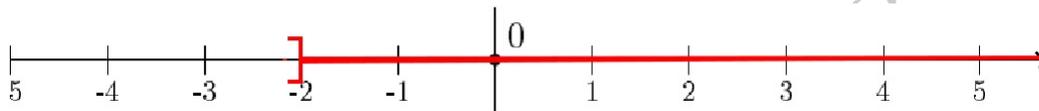


$$x \leq -2$$

3.  $x \in ] - 2; +\infty[$

• Solution:

Avec un axe gradué, on a :



$$-2 < x$$



Vidéo de l'exercice réf 134-Lien intervalle-inégalité



**Exercice 4 : écriture d'un intervalle**

Traduire les inégalités suivantes à l'aide d'un intervalle de  $\mathbb{R}$  :

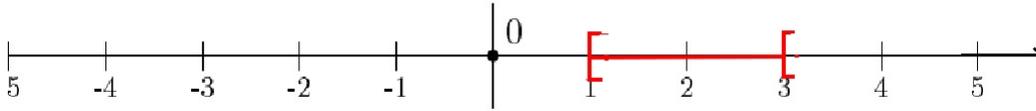
1.  $3 > x \geq 1$

**Solution:**



$3 > x \geq 1$  peut aussi s'écrire  $1 \leq x < 3$

Avec un axe gradué, on a :

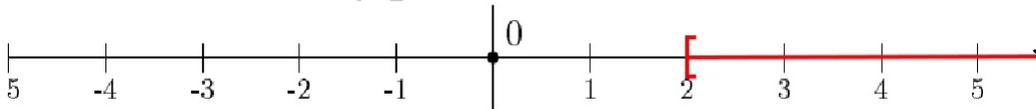


$x \in [1; 3[$

2.  $x \geq 2$

**Solution:**

Avec un axe gradué, on a :

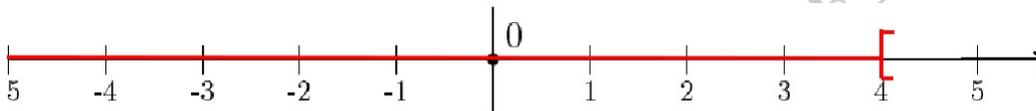


$x \in [2; +\infty[$

3.  $4 > x$

**Solution:**

Avec un axe gradué, on a :



$x \in ]-\infty; 4[$

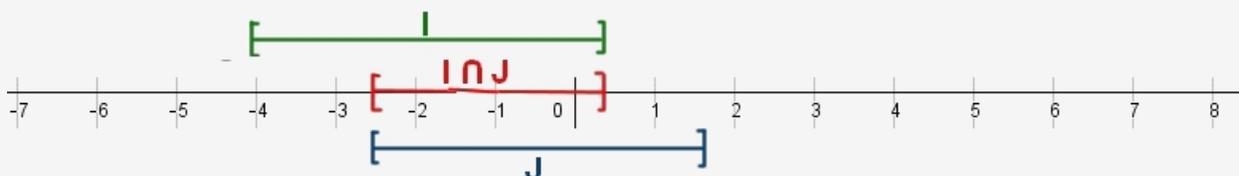
Vidéo de l'exercice réf 135-Lien inégalité-intervalle

**1.2.2 Intersection et réunion**



**Mémo : intersection**

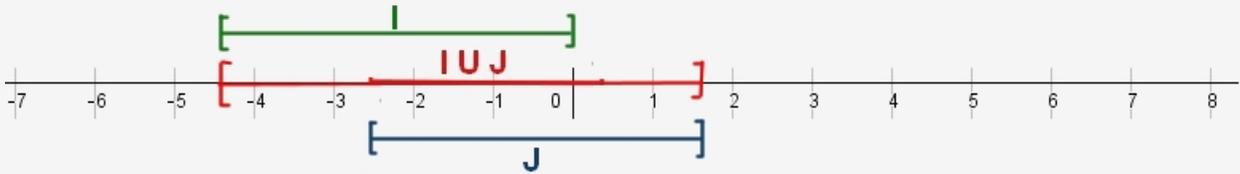
On note  $I$  et  $J$  deux intervalles alors  $I \cap J$  (se lit intersection des intervalles  $I$  et  $J$ ) est l'ensemble des réels  $x$  appartenant à la fois à  $I$  et à  $J$ .





## Mémo : réunion

On note  $I$  et  $J$  deux intervalles alors  $I \cup J$  (se lit réunion des intervalles  $I$  et  $J$ ) est l'ensemble des réels  $x$  appartenant à  $I$  ou bien à  $J$  (c'est à dire à  $I$ , à  $J$  ou bien à  $I$  et  $J$ ).



réf 39-Intersection et réunion de deux intervalles

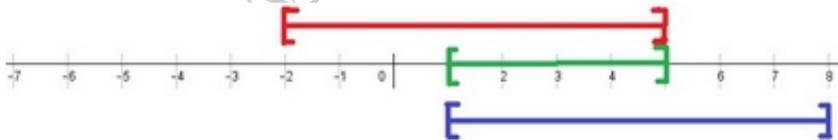
### □ Exercice 5 : recherche de l'intersection et de la réunion de deux intervalles

Donner l'intersection puis la réunion des intervalles  $I$  et  $J$  dans chaque cas :

1.  $I = [-2; 5]$  et  $J = [1; 8]$

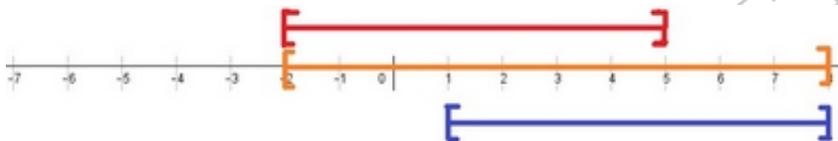
• Solution:

- Intersection (en vert)



$$I \cap J = [-2; 5] \cap [1; 8] = [1; 5]$$

- Réunion (en orange)

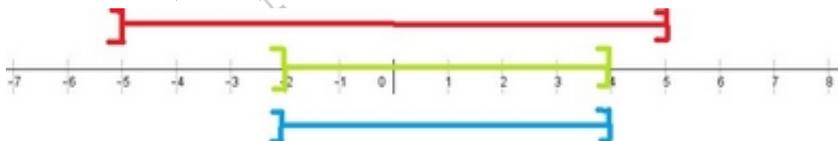


$$I \cup J = [-2; 5] \cup [1; 8] = [-2; 8]$$

2.  $I = ] - 5; 5]$  et  $J = ] - 2; 4]$

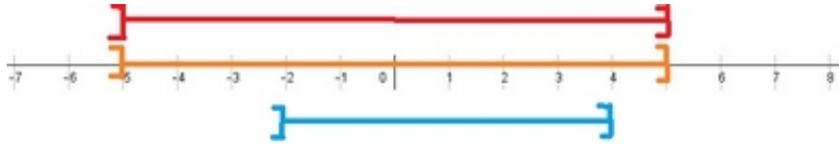
• Solution:

- Intersection (en vert)



$$I \cap J = ] - 5; 5] \cap ] - 2; 4] = ] - 2; 4]$$

- Réunion (en orange)

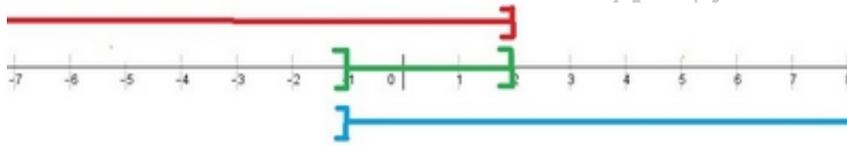


$$I \cup J = ] - 5; 5] \cup ] - 2; 4] = [-5; 5]$$

3.  $I = ] - \infty; 2]$  et  $J = ] - 1; +\infty[$

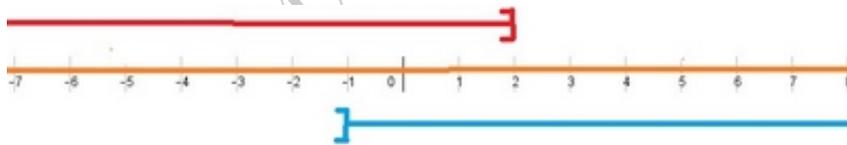
• Solution:

- Intersection (en vert)



$$I \cap J = ] - \infty; 2] \cap ] - 1; +\infty[ = ] - 1; 2]$$

- Réunion (en orange)

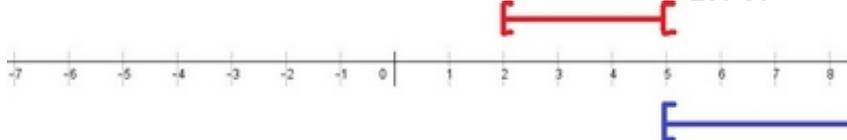


$$I \cup J = ] - \infty; 2] \cup ] - 1; +\infty[ = ] - \infty; +\infty[ = \mathbb{R}$$

4.  $I = [2; 5[$  et  $J = [5; +\infty[$

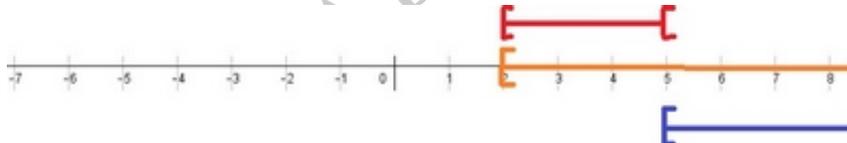
• Solution:

- Intersection



$$I \cap J = [2; 5[ \cap [5; +\infty[ = \emptyset$$

- Réunion (en orange)



$$I \cup J = [2; 5[ \cup [5; +\infty[ = [2; +\infty[$$



Série 2 du chapitre 1 pour plus d'exercices

## Chapitre 3

# Calculs et équations

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Règles de calculs avec les exposants et racines carrées</b>	<b>34</b>
<b>3.2</b>	<b>Développer et factoriser</b>	<b>35</b>
3.2.1	Développer	35
3.2.2	Factoriser	36
<b>3.3</b>	<b>Équations du premier degré</b>	<b>37</b>
3.3.1	Quelques rappels	37
3.3.2	Résolution d'équations du premier degré	37
3.3.3	Contrôle avec la calculatrice	39
3.3.4	Astuces pour simplifier les calculs avec des fractions	39
<b>3.4</b>	<b>Équations produit</b>	<b>39</b>
3.4.1	Méthode et exemples	40
3.4.2	Exemples	40
3.4.3	Équations avec un quotient	41
<b>3.5</b>	<b>Système d'équations à deux inconnues</b>	<b>42</b>
3.5.1	Résolution par substitution	42
3.5.2	Résolution par combinaisons	43

---



## 3.1 Règles de calculs avec les exposants et racines carrées



### Mémo : puissances

$a$  et  $b$  sont deux nombres réels et  $n$  et  $p$  deux entiers relatifs.

- ❑ Produit

$$a^n a^p = a^{n+p}$$

- ❑ Quotient

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p} \quad (a \neq 0)$$

- ❑ Inverse

$$\frac{1}{a^p} = a^{-p} \quad (a \neq 0)$$

- ❑ Exposants

$$(a^n)^p = a^{np}$$



### Mémo : notation scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est  $a \times 10^n$  avec  $a$  nombre décimal compris entre 1 (compris) et 10 (exclu) et  $n$  entier relatif.

on a donc  $a \in \mathbb{D}$  avec  $a \in [1; 10[$  et  $n \in \mathbb{Z}$ .

Par exemple  $126,45 = 1,2645 \times 10^{-2}$

$120000 = 1,2 \times 10^5$



### Mémo : racines carrées

$a$  et  $b$  sont deux nombres réels positifs.

- ❑ Produit

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

- ❑ Quotient

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (\text{avec } b \neq 0)$$

- ❑ Carré

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{a^2} = a$$

#### ❑ Exercice 17 : utilisation des règles de calcul

Écrire chaque expression sous la forme  $a^n \times b^m$  ( $a$ ,  $b$ ,  $n$  et  $m$  entiers relatifs).

1.  $2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3$

• Solution:

$$\begin{aligned} & 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3 \\ & = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ & = 2^2 \times 3^4 \end{aligned}$$

$$2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^4$$

2.  $2^3 \times 3^2 \times 6^2$



• Solution:

$$\begin{aligned} & 2^3 \times 3^2 \times 6^2 \\ & = 2^3 \times 3^2 \times (3 \times 2)^2 \\ & = 2^3 \times 3^2 \times 3^2 \times 2^2 \\ & = 2^{3+2} \times 3^{2+2} \\ & = 2^5 \times 3^4 \end{aligned}$$

$$2^3 \times 3^2 \times 6^2 = 2^5 \times 3^4$$

3.  $\frac{3^2}{5^4} \times 25$

• Solution:

$$\begin{aligned} & \frac{3^2}{5^4} \times 25 \\ & = \frac{3^2 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5} \\ & = \frac{3^2}{5 \times 5} \\ & = \frac{3^2}{5^2} \\ & = 3^2 \times 5^{-2} \end{aligned}$$

$$\frac{3^2}{5^4} \times 25 = 3^2 \times 5^{-2}$$

## 3.2 Développer et factoriser

### 3.2.1 Développer



### Mémo : identités remarquables

$a$  et  $b$  sont deux réels.

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

#### Exercice 18 : développer et simplifier

Développer chaque expression.



penser à contrôler avec la calculatrice (MENU TABLE), voir vidéo ci-dessous

[réf 184-Contrôler un calcul avec la calculatrice](#)

1.  $(-2x + 1)(x - 1) - 3(2 - 3x)$

• Solution:

$$\begin{aligned} (-2x + 1)(x - 1) - 3(2 - 3x) & = -2x \times x - 2x \times (-1) + x - 1 - 3 \times 2 - 3 \times (-3x) \\ & = -2x^2 + 2x + x - 1 - 6 + 9x \end{aligned}$$



$$= -2x^2 + 12x - 7$$

$$(-2x + 1)(x - 1) - 3(2 - 3x) = -2x^2 + 12x - 7$$

2.  $(2x - 1)^2 - (x - 1)(x + 1)$

• Solution:

$$\begin{aligned} (2x - 1)^2 - (x - 1)(x + 1) &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 - (x^2 - 1) \\ &= 4x^2 - 4x + 1 - x^2 + 1 \\ &= 3x^2 - 4x + 2 \end{aligned}$$

$$(2x - 1)^2 - (x - 1)(x + 1) = 3x^2 - 4x + 2$$

3.  $(\sqrt{2} + x)(\sqrt{2} - x) - 2x(x - 1)$

• Solution:

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} + x)(\sqrt{2} - x) - 2x(x - 1) &= \sqrt{2}^2 - x^2 - 2x^2 + 2x \\ &= -3x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

$$(\sqrt{2} + x)(\sqrt{2} - x) - 2x(x - 1) = -3x^2 + 2x + 2$$

### 3.2.2 Factoriser

 [réf 181-Factoriser: les erreurs à éviter](#)

 [réf 118-Factoriser dans des cas simples](#)

#### □ Exercice 19 : niv 1

Factoriser  $(x - 2)(2x - 3) - (x - 2)(5x - 4)$

• Solution:

$$\begin{aligned} (x - 2)(2x - 3) - (x - 2)(5x - 4) \\ &= (x - 2)[(2x - 3) - (5x - 4)] \\ &= (x - 2)[2x - 3 - 5x + 4] \\ &= (x - 2)(-3x + 1) \end{aligned}$$

 [réf 179-Faire apparaître le facteur commun et factoriser](#)

#### □ Exercice 20 : faire "apparaître" le facteur commun

Factoriser  $(2x - 6)(x + 3) + (4x - 12)(5 - 4x)$

 [réf 120-Factoriser une expression niv2](#)

• Solution:

$$\begin{aligned} (2x - 6)(x + 3) + (4x - 12)(5 - 4x) \\ &= 2(x - 3)(x + 3) + 4(x - 3)(5 - 4x) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= (x - 3)[2(x + 3) + 4(5 - 4x)] \\
 &= (x - 3)[2x + 6 + 20 - 16x] \\
 &= (x - 3)(-14x + 26)
 \end{aligned}$$

 réf 180-Factoriser avec les identités remarquables

**□ Exercice 21 : avec les identités remarquables**

Factoriser

1.  $x^2 - 6x + 9$
2.  $4x^2 + 8x + 4$
3.  $x^2 - 9$
4.  $4x^2 - 7$

**• Solution:**

1.  $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$  (on a  $a^2 = x^2$  et  $b^2 = 9$ )
2.  $4x^2 + 8x + 4 = (2x + 2)^2$  (on a  $a = 2x$  et  $b = 2$ )
3.  $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$  (troisième identité remarquable avec  $a = x$  et  $b = 3$ )
4.  $4x^2 - 7 = (2x)^2 - \sqrt{7}^2 = (2x - \sqrt{7})(2x + \sqrt{7})$

 **Série 3** du chapitre 3 pour plus d'exercices

### 3.3 Équations du premier degré

#### 3.3.1 Quelques rappels



#### Mémo : équivalence

- On obtient une équation équivalente (symbole  $\iff$ ) en multipliant ou en divisant chaque membre de cette équation par un même nombre non nul.
- On obtient une équation équivalente (symbole  $\iff$ ) en ajoutant ou en soustrayant chaque membre de cette équation par un même nombre.

#### 3.3.2 Résolution d'équations du premier degré



#### Mémo : résolution d'équation

- Résoudre une équation, c'est déterminer **toutes les valeurs** de la variable(l'inconnue) vérifiant l'équation.

 **Méthode : équation du premier degré**

- > Développer et simplifier si nécessaire
- > Isoler les termes contenant l'inconnue
- > Simplifier les deux membres de l'équation
- > "Isoler" l'inconnue

# Chapitre 5

## Fonctions

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Définition</b> . . . . .	<b>58</b>
5.1.1	notation . . . . .	58
5.1.2	Ensemble de définition . . . . .	58
5.1.3	Représentation graphique d'une fonction . . . . .	59
<b>5.2</b>	<b>Lectures graphiques</b> . . . . .	<b>61</b>
<b>5.3</b>	<b>Calculs d'images et d'antécédents</b> . . . . .	<b>65</b>
<b>5.4</b>	<b>Résolution graphique d'inéquations</b> . . . . .	<b>70</b>
<b>5.5</b>	<b>Tableau de variation</b> . . . . .	<b>74</b>

---



## 5.1 Définition

### 5.1.1 notation



#### Mémo : définition

Définir une fonction  $f$  sur un ensemble  $D_f$ , c'est associer à chaque réel  $x$  de  $D_f$  un unique réel  $y$  appelé image de  $x$  par  $f$ .  $y$  est **l'image** de  $x$  par  $f$  et est noté  $f(x)$ .  
 $x$  est **un antécédent** de  $x$  par  $f$ .

#### □ Exercice 39 : calcul d'une image

La fonction  $f$  est définie sur  $D_f = \mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x^2 + 3$ .  
 Calculer l'image de 2 par  $f$  puis  $f(-1)$ .

• **Solution:**

#### □ Image de 2 par $f$

$$\text{On a donc } x = 2 \text{ et } f(2) = 2 \times 2^2 + 3 = 2 \times 4 + 3 = 8 + 3 = 11$$

L'image de 2 par  $f$  est 11

#### □ Image de $-1$ par $f$

$$f(-1) = 2 \times (-1)^2 + 3 = 2 \times 1 + 3 = 5$$

$$f(-1) = 5$$



Ne pas oublier les parenthèses pour le calcul de  $f(-1)$   
 En effet  $-1^2 = -1$  mais  $(-1)^2 = 1$ ...

### 5.1.2 Ensemble de définition



#### Mémo : ensemble de définition

L'ensemble de définition d'une fonction est l'ensemble des valeurs de  $x$  pour lesquelles l'image de  $x$  par  $f$  existe.



réf 41-Déterminer l'ensemble de définition par le calcul

#### □ Exercice 40 : recherche de l'ensemble de définition

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

1.  $f(x) = 3x - 5$

2.  $g(x) = \frac{3}{x-2}$

3.  $h(x) = \sqrt{2x-4}$



• **Solution:**

1.  $f(x) = 3x - 5$

$f(x)$  est définie pour tout réel  $x$

donc  $D_f = \mathbb{R}$

2.  $g(x) = \frac{3}{x-2}$

On ne peut pas diviser par 0 donc on doit avoir  $x - 2 \neq 0$  soit  $x \neq 2$

$D_g = \mathbb{R} \setminus \{2\}$  (tous les réels sauf 2)

3.  $h(x) = \sqrt{2x - 4}$

On ne peut calculer la racine carrée que d'un nombre positif.

On doit avoir  $2x - 4 \geq 0$  soit  $x \geq 2$

$D_h = [2; +\infty[$

 **Série 5** du chapitre 3 pour plus d'exercices

5.1.3 Représentation graphique d'une fonction



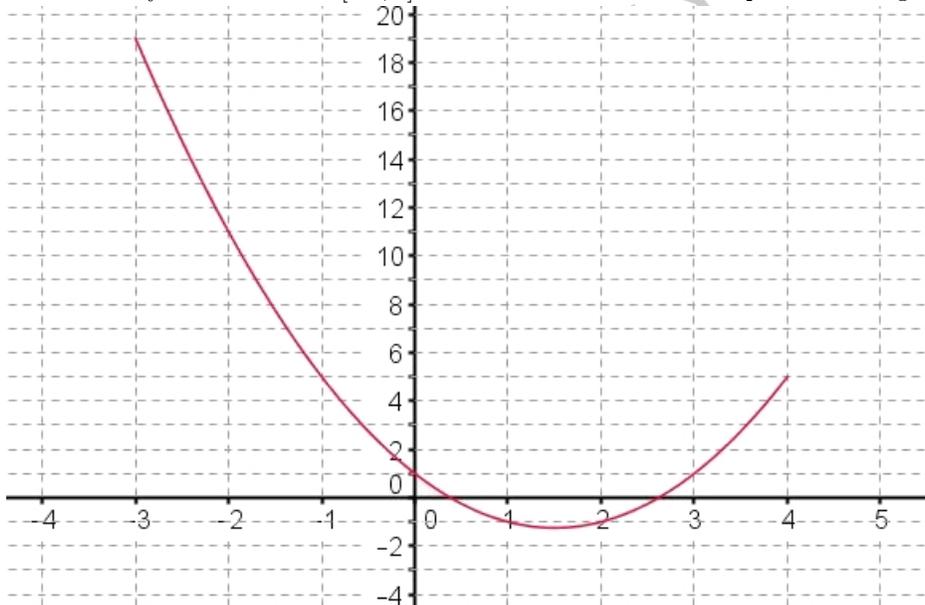
**Mémo : courbe d'une fonction**

La représentation graphique d'une fonction  $f$  définie sur  $D_f$  est l'ensemble des points de coordonnées  $(x; f(x))$  avec  $x \in D_f$

 [réf 40-Lecture graphique de l'ensemble de définition](#)

**□ Exercice 41 : lecture graphique**

La fonction  $f$  est définie sur  $[-3; 4]$  et on donne ci-dessous sa représentation graphique  $C_f$ .

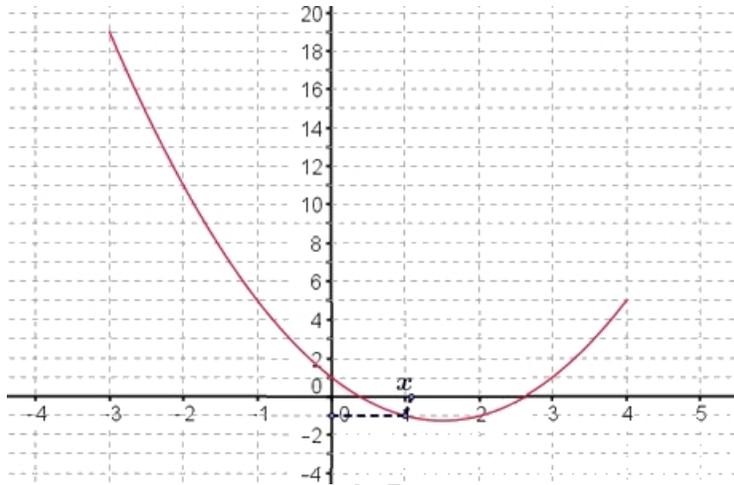




1. Déterminer l'image de 1 par  $f$

• **Solution:**

Sur le graphique, on a :



Le point de la courbe d'abscisse 1 a pour ordonnée  $-1$ .

donc l'image de 1 par  $f$  est  $-1$ .

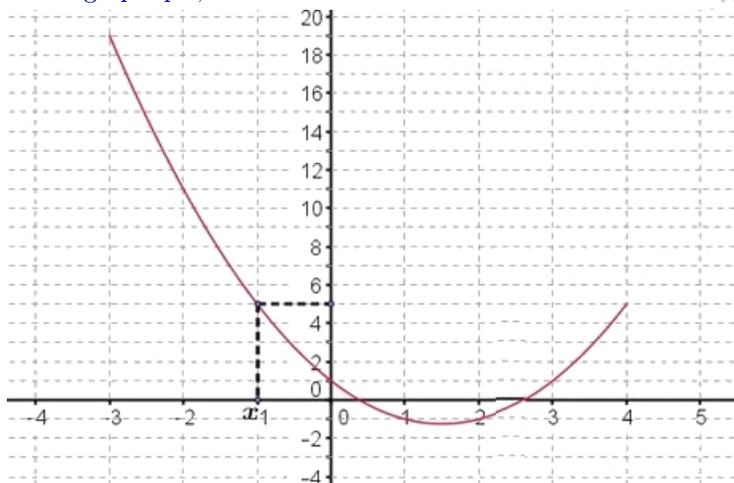
**Remarque**

On peut noter  $f(1) = -1$ .

2. Déterminer  $f(-1)$

• **Solution:**

Sur le graphique, on a :



Le point de la courbe d'abscisse  $-1$  a pour ordonnée 5.

donc  $f(-1) = 5$ .

**Remarque**

$f(-1) = 5$  se lit "l'image de  $-1$  par  $f$  est 5".



3. Peut-on déterminer l'image de 5 par  $f$  ?

• **Solution:**

Il n'y a pas de point de la courbe d'abscisse 5

donc l'image de 5 par  $f$  n'existe pas.

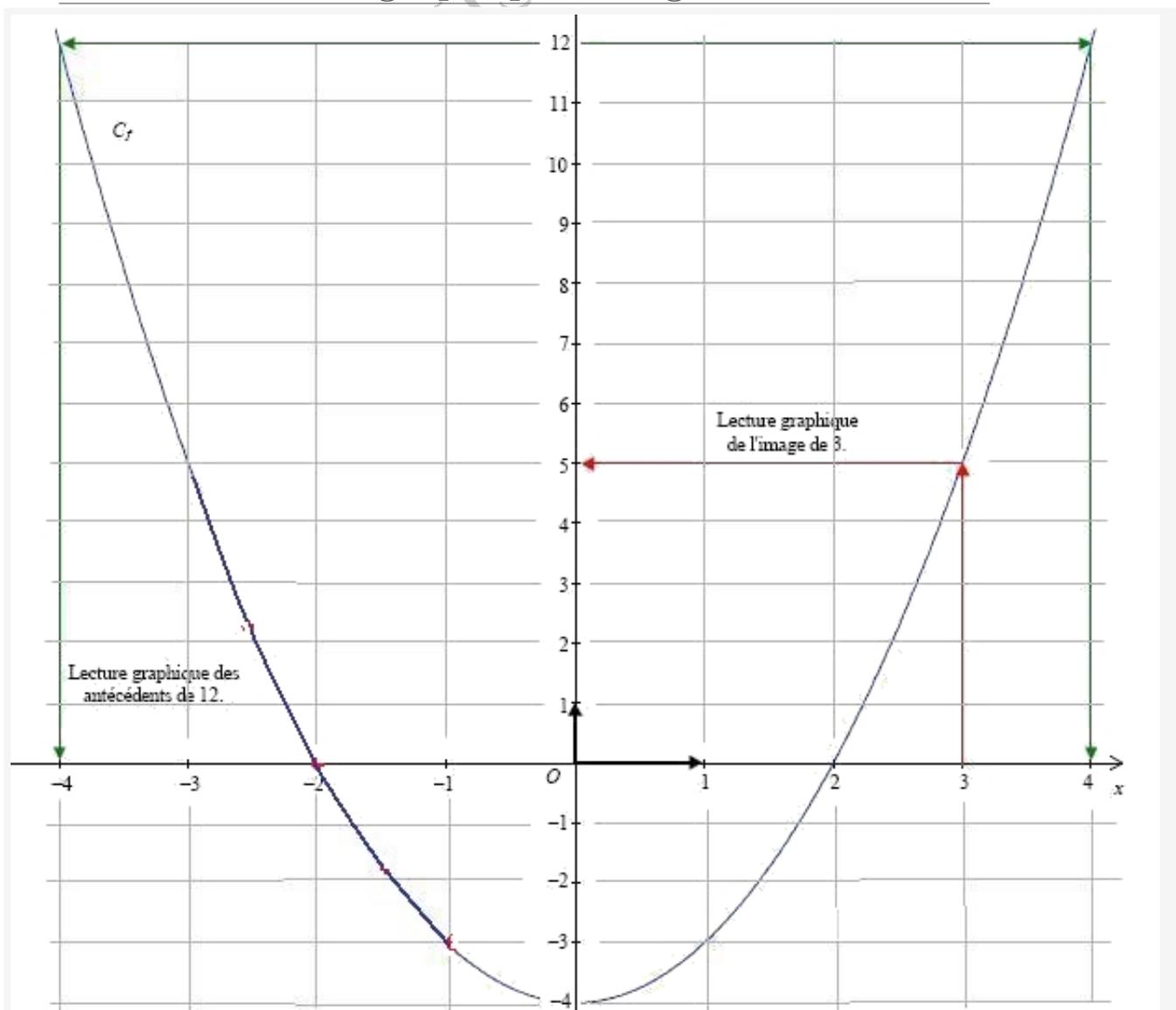
**Remarque**

L'ensemble de définition de  $f$  est  $[-3; 4]$  et  $5 \notin [-3; 4]$ .

## 5.2 Lectures graphiques



### Mémo : lectures graphiques image et antécédents



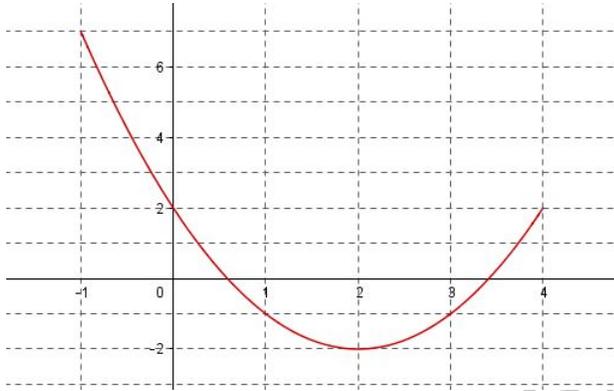
réf 44-Lecture graphique de l'image



réf 49-Lecture graphique des antécédents

□ Exercice 42 : lecture graphique

La fonction  $f$  est définie sur  $[-1; 4]$  et on donne ci-dessous sa représentation graphique.

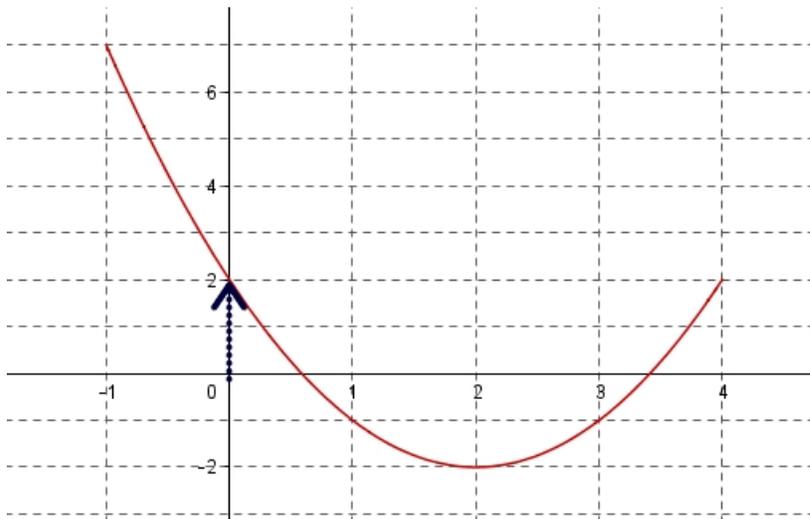


Déterminer graphiquement :

- l'image de 0 par  $f$ .

• Solution:

On veut déterminer l'ordonnée du point de la courbe ayant pour abscisse 0.



L'image de 0 par  $f$  est 2.

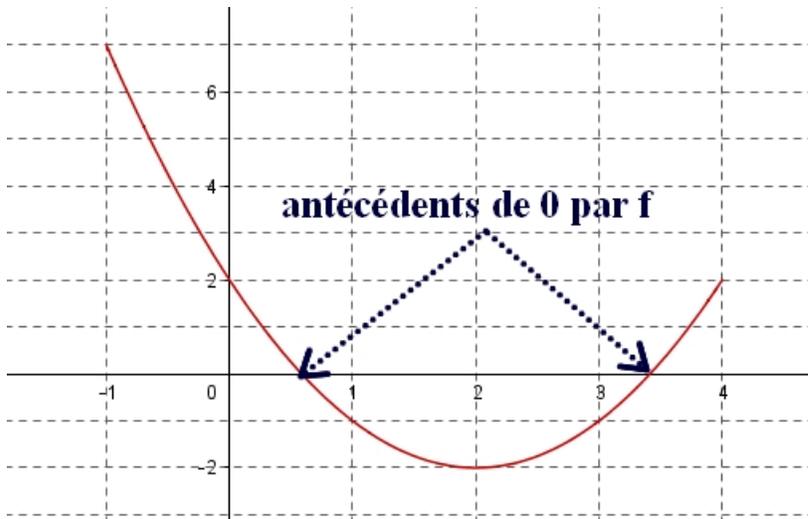
Remarque

On peut écrire  $f(0) = 2$

- Déterminer le nombre d'antécédents de 0 par  $f$  en expliquant votre démarche en une phrase.

• Solution:

Les antécédents de 0 par  $f$  sont les abscisses des points de la courbe ayant une ordonnée égale à 0 c'est à dire les abscisses des points d'intersection de la courbe et de l'axe des abscisses.

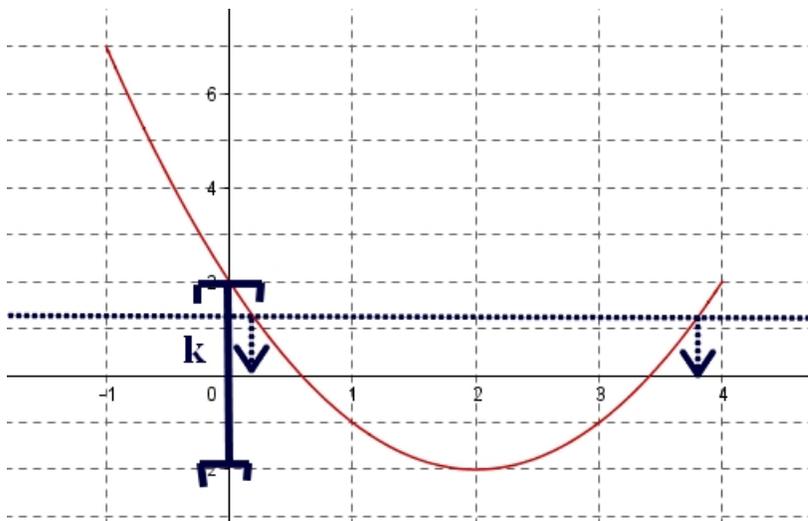


0 admet deux antécédents par  $f$ .

3. Si  $k \in ]-2; 2]$ , quel est alors le nombre d'antécédents de  $k$  par  $f$ .

• **Solution:**

Les antécédents de  $k$  par  $f$  sont les abscisses des points de la courbe ayant une ordonnée égale à  $k$

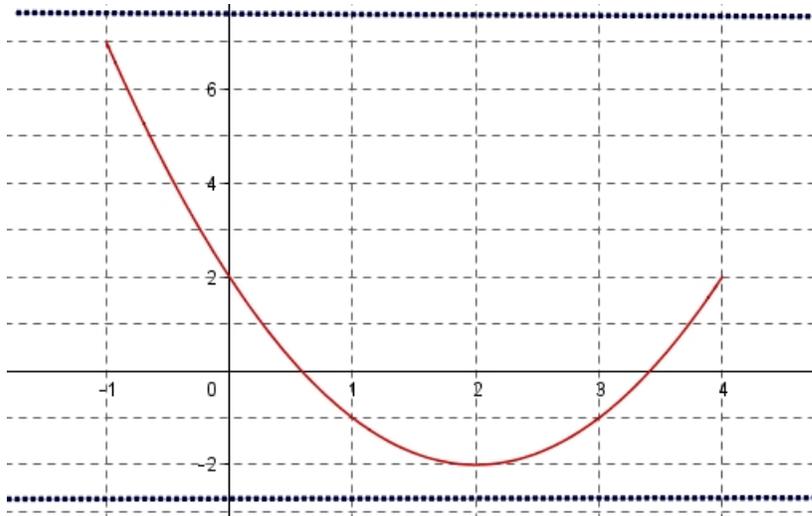


Si  $-2 < k \leq 2$  alors  $k$  admet 2 antécédents par  $f$ .

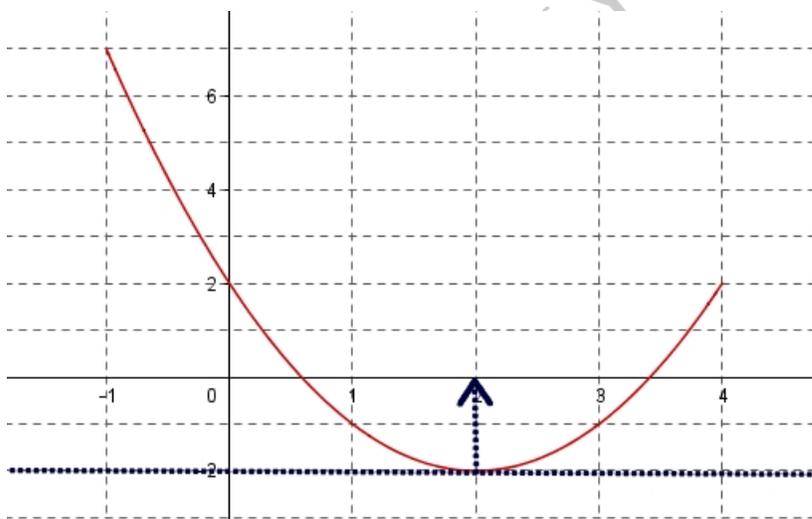
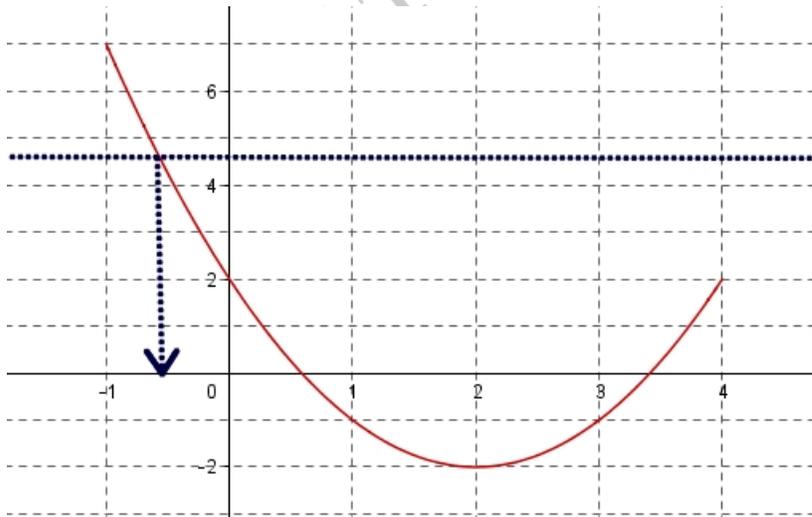
4. Déterminer le nombre d'antécédents de  $m$  par  $f$  en fonction de la valeur de  $m$ .

• **Solution:**

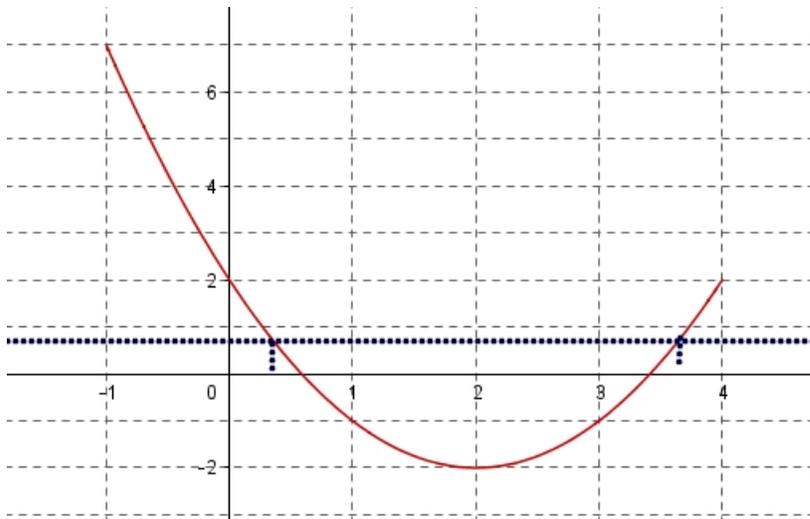
- Aucun antécédent si  $m < -2$  ou  $m > 7$



- un antécédent si  $m = -2$  ou si  $m \in ]2; 7]$



- deux antécédents si  $-2 < m \leq 2$



 **Série 5** du chapitre 4 pour plus d'exercices

### 5.3 Calculs d'images et d'antécédents



#### Mémo : calculs d'images et d'antécédents

Calculer l'image d'un nombre  $\alpha$  par  $f$  c'est remplacer  $x$  par la valeur de  $\alpha$  dans l'expression de  $f$  pour calculer  $f(\alpha)$ .  
Chercher le ou les antécédents de  $\beta$  par  $f$  c'est résoudre l'équation  $f(x) = \beta$

 [réf 42-Calcul d'images par une fonction](#)

#### Exercice 43 : calculs d'images et justifications d'antécédents

La fonction  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x^2 + 2}$ .

1. Calculer l'image de 2 par  $f$ .

 **Solution:**

On veut calculer  $f(2)$  donc il faut remplacer  $x$  par 2 dans l'expression de  $f$ .

$$f(2) = 2 \times 2 - 1 + \frac{1}{2^2 + 2} = 3 + \frac{1}{6} = \frac{18}{6} + \frac{1}{6} = \frac{19}{6}$$

L'image de 2 par  $f$  est  $\frac{19}{6}$ .

2. 0 est-il un antécédent de 1 par  $f$ ?

 **Solution:**

On veut savoir si l'image de 0 par  $f$  est 1.

et il faut donc calculer  $f(0)$ .

$$f(0) = 2 \times 0 - 1 + \frac{1}{0^2 + 2} = -1 + \frac{1}{2} = \frac{-2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{-1}{2}$$



donc  $f(0) \neq 1$

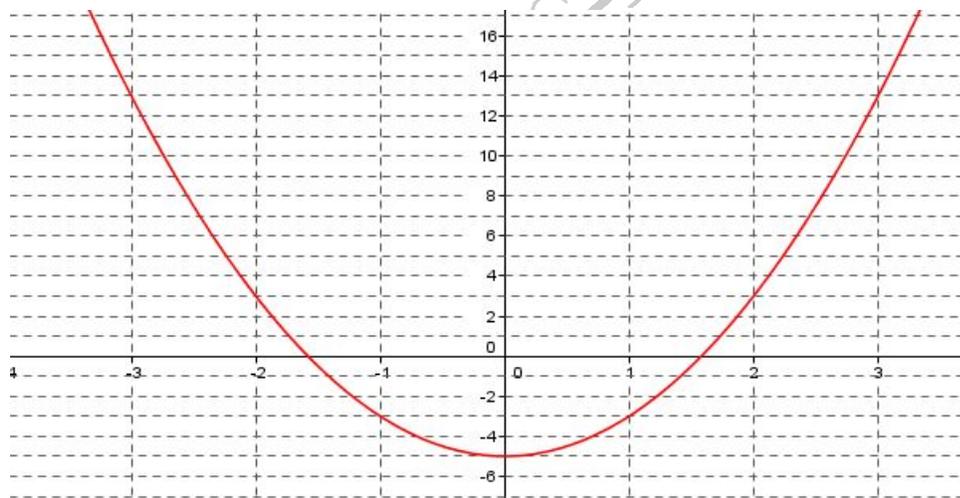
0 n'est pas un antécédent de 1 par  $f$ .

réf 49-Lecture graphique des antécédents

**□ Exercice 44 : calculs d'images et recherche d'antécédents**

Dans chaque cas, déterminer l'image de  $-3$  par  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  puis le ou les antécédents de 3 par  $f$  et contrôler les résultats avec la calculatrice puis avec la représentation graphique de  $f$  donnée dans chaque cas.

1.  $f(x) = 2x^2 - 5$



• Solution:

$f(-3) = 2 \times (-3)^2 - 5 = 18 - 5 = 13$  ne pas oublier les parenthèses  $(-3)^2 = 9$  mais  $-3^2 = -9$

L'image de  $-3$  par  $f$  est  $f(-3) = 13$ .

Pour déterminer le ou les antécédents de 3 par  $f$ , il faut résoudre l'équation  $f(x) = 3$

$$f(x) = 3 \iff 2x^2 - 5 = 3$$

$$\iff 2x^2 = 8$$

$$\iff x^2 = 4$$

$$\iff x = \sqrt{4} \text{ ou } x = -\sqrt{4} \text{ il y a deux possibilités avec le carré}$$

$$\iff x = 2 \text{ ou } x = -2$$

Les antécédents de 3 par  $f$  sont 2 et  $-2$ .

Graphiquement, le point de la courbe d'abscisse  $-3$  a bien pour ordonnée 13 et les points de la courbe dont l'ordonnée est 3 ont pour abscisses  $-2$  et 2.