MATHS-LYCEE.FR
SECONDE

MÉMO

Ex d'application

VIDÉO

L'essentiel pour réussir la SECONDE

Lecarpentier Jean-François

MATHS-LYCEE.FR

Mention légales

Préface

Cet ouvrage permet aux élèves de seconde générale en mathématiques **de se familiariser avec les notions essentielles du programme**.

Il ne s'agit en aucun cas d'un cours de seconde complet mais **l'objectif est de permettre de réviser les notions vues en seconde** pour préparer l'entrée en première avec la spécialité mathématiques.

Il a été conçu dans le but **de revoir et appliquer directement chaque notion au programme** de seconde sur des exemples simples en tenant compte des difficultés rencontrées le plus souvent chez les élèves.

Les vidéos associées aux exercices d'application permettent une approche plus ludique et d'avoir des explications complémentaires à celles de la version écrite d'un exercice.

Vous aurez accès aux exercices plus complets et de recherche sur le site MATHS-LYCEE.FR associé à ce livre.

A lire impérativement avant de commencer

MATHS-LYCEEE.FR est un site de soutien et aide en mathématiques pour les élèves de lycée conforme aux nouveaux programmes de septembre 2019.

Pour chaque chapitre, **des séquences de travails sont planifiées** pour progresser à son rythme (menu planning du travail pour chaque chapitre).

MATHS-LYCEE.FR propose également une assistance unique via l'application WhatsApp permettant de dialoguer avec un professeur dès que nécessaire pour avoir de l'aide, des explications, des conseils de révision...

Aide WhatsApp illimitée !

MATHS-LYCEE.FR c'est un professeur à vos côtés au quotidien !

Réussir en maths, c'est possible !

MODE d'emploi et liens vidéos

Pour chaque section, vous trouverez un rappel de cours et un ou plusieurs exercices d'application directe du cours.

Les **références des vidéos** permettent d'accéder directement à la vidéo (utilisation du document PDF) ou bien d'accéder à la vidéo avec sa référence (version imprimée).

Accès à une vidéo avec sa référence :

- ❏ lien sur le site MATHS-LYCEE.FR
- ❏ Pour accéder directement à la vidéo avec sa référence, taper le numéro de la vidéo dans la barre de recherche :

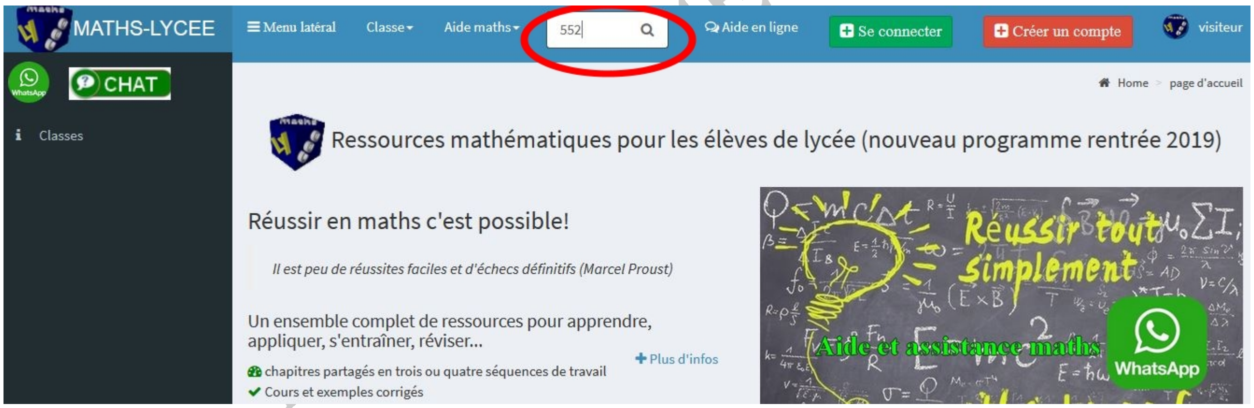


Table des matières

Chapitre 1

Ensembles de nombres et intervalles

Sommaire

1.1 Ensembles de nombres

Mémo : notations

- **Entiers naturels :** $\mathbb{N}$
  L'ensemble des entiers naturels se note $\mathbb{N}$.
  $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4...\}$
- **Entiers relatifs :** $\mathbb{Z}$
  L'ensemble des entiers relatifs se note $\mathbb{Z}$.
  $\mathbb{Z} = \{....... - 4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4...\}$
- **Nombres décimaux :** $\mathbb{D}$
  L'ensemble des nombres décimaux se note $\mathbb{D}$.
  $\mathbb{D}$ est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme $\dfrac{a}{10^n}$ avec a entier relatif et n entier naturel c'est à dire dont la partie décimale est finie.
- **Nombres rationnels :** $\mathbb{Q}$
  L'ensemble des nombres rationnels se note $\mathbb{Q}$.
  $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme $\dfrac{a}{b}$ avec a entier relatif et b entier naturel non nul.
- **Nombres réels :** $\mathbb{R}$
  L'ensemble des nombres réels se note $\mathbb{R}$.
  Pour le moment, tous les nombres utilisés en seconde...

Remarque
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
Ce qui signifie que $\mathbb{N}$ est contenu (inclus) dans $\mathbb{Z}$ lui-même contenu dans $\mathbb{D}$ lui-même contenu dans $\mathbb{Q}$ lui-même contenu dans $\mathbb{R}$.

réf 132-Définitions et notations des ensembles de nombres

Mémo : symbole appartient

$\in$ se lit "appartient à".
Par exemple $2,5$ est un nombre décimal donc $2,5 \in \mathbb{D}$
mais $2,5 \notin \mathbb{N}$

Exercice 1 : notations
Déterminer à quel ensemble apparient chaque nombre (on donnera le plus petit ensemble possible).

1. $3,4$

Solution:

$3,4 = \dfrac{3}{10}$ est un nombre décimal

$\boxed{3,4 \in \mathbb{D}}$

2. $\dfrac{2}{3}$

Solution:

$\dfrac{2}{3}$ est un nombre rationnel

$\boxed{\dfrac{2}{3} \in \mathbb{Q}}$

3. $\dfrac{3}{5}$

☛ **Solution**:

$\dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{10}$ est un nombre rationnel mais aussi un nombre décimal

$\boxed{\dfrac{3}{5} \in \mathbb{D}}$

Remarque

$\dfrac{3}{5} = 0,6$

4. -8

☛ **Solution**:

-8 est un nombre entier relatif

$\boxed{-8 \in \mathbb{Z}}$

❒ **Exercice 2 : nature d'un nombre**

Déterminer à quel ensemble appartient chaque nombre (on donnera le plus petit ensemble possible).

1. $(1+\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}(1+\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} &= 1 + 2\times\sqrt{2} + \sqrt{2}^2 - 2\sqrt{2}\\ &= 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2}\\ &= 1+2\\ &= 3\end{aligned}$$

$\boxed{\text{donc } (1+\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \in \mathbb{N}}$

2. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 - \dfrac{13}{9}$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{13}{9} &= \frac{4}{9} - \frac{13}{9}\\ &= \frac{-9}{9}\\ &= -1\end{aligned}$$

$\boxed{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 - \dfrac{13}{9} \in \mathbb{Z}}$

3. $(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})$

☛ **Solution:**

$$(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 2^2 - \sqrt{3}^2 = 4-3=1$$

$$\boxed{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) \in \mathbb{N}}$$

4. $\dfrac{1}{\sqrt{3}} - \dfrac{1+\sqrt{3}}{3}$

☛ **Solution:**

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1+\sqrt{3}}{3} &= \frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} - \frac{1+\sqrt{3}}{3}\\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1+\sqrt{3}}{3}\\ &= \frac{\sqrt{3}-1-\sqrt{3}}{3} \quad ⚠ \text{ signe } - \text{ devant la barre de fraction}\\ &= \frac{-1}{3}\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{donc } \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1+\sqrt{3}}{3} \in \mathbb{Q}.}$$

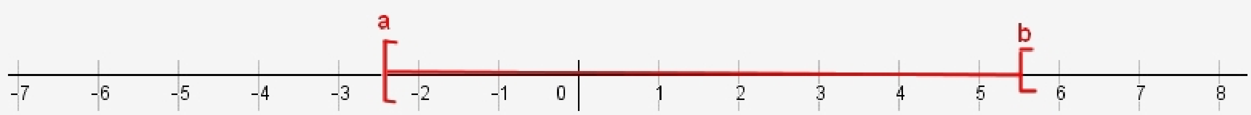
Série 1 du chapitre 1 pour plus d'exercices

1.2 Intervalles

1.2.1 notations

Mémo : notations

On note un intervalle avec des crochets ouverts ou fermés.
Par exemple $[a;b[$ (avec $a<b$) correspond aux nombres réels supérieurs ou égaux à a mais strictement inférieurs à b soit aux nombres réels x tels que $a \leq x < b$.
Sur l'axe gradué ci-dessous, ceci correspond à la zone rouge.



L'ensemble vide (ne contenant aucun nombre) est noté $\emptyset$.

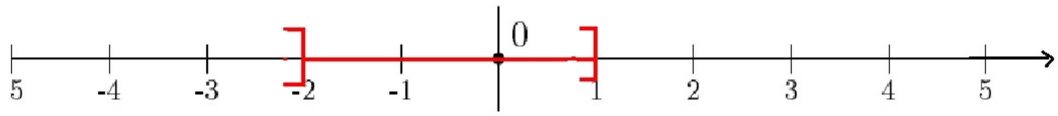
réf 133-Lien intervalle-inégalité

❒ **Exercice 3 : lien inégalité intervalle**
Traduire les intervalles suivants à l'aide d'une inégalité.

1. $x \in]-2;1]$

☛ **Solution**:

Avec un axe gradué, on a :

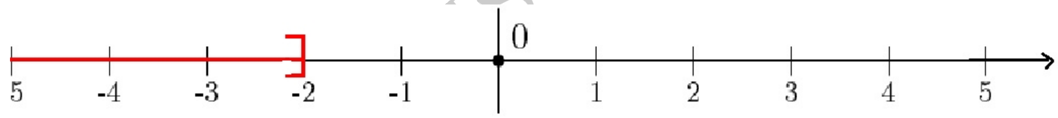


$\boxed{-2 < x \leq 1}$

2. $x \in]-\infty;-2]$

☛ **Solution**:

Avec un axe gradué, on a :

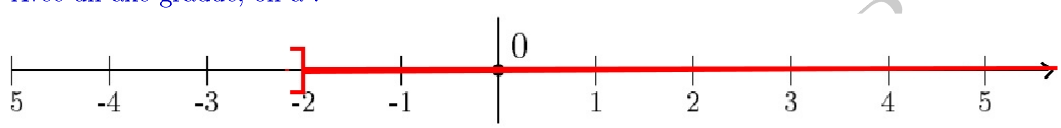


$\boxed{x \leq -2}$

3. $x \in]-2;+\infty[$

☛ **Solution**:

Avec un axe gradué, on a :



$\boxed{-2 < x}$

Vidéo de l'exercice réf 134-Lien intervalle-inégalité

❐ Exercice 4 : écriture d'un intervalle

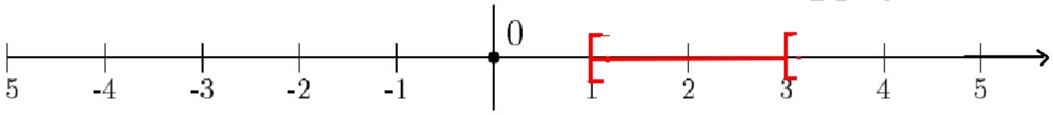
Traduire les inégalités suivantes à l'aide d'un intervalle de $\mathbb{R}$:

1. $3 > x \geq 1$

☛ **Solution**:

$3 > x \geq 1$ peut aussi s'écrire $1 \leq x < 3$

Avec un axe gradué, on a :

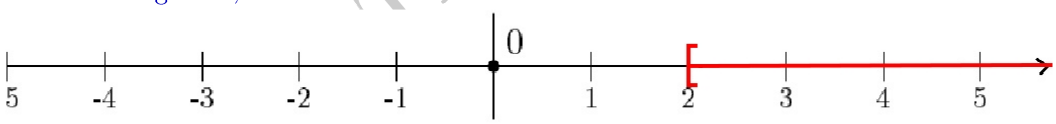


$\boxed{x \in [1; 3[}$

2. $x \geq 2$

☛ **Solution**:

Avec un axe gradué, on a :

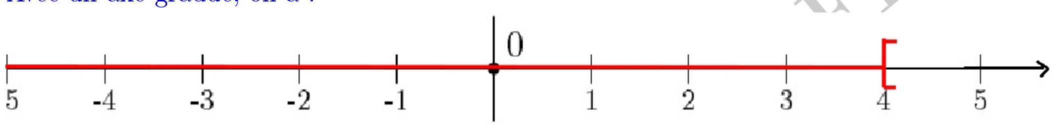


$\boxed{x \in [2; +\infty[}$

3. $4 > x$

☛ **Solution**:

Avec un axe gradué, on a :



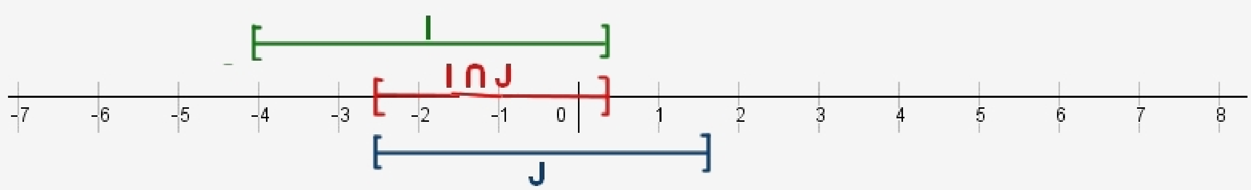
$\boxed{x \in]-\infty; 4[}$

Vidéo de l'exercice réf 135-Lien inégalité-intervalle

1.2.2 Intersection et réunion

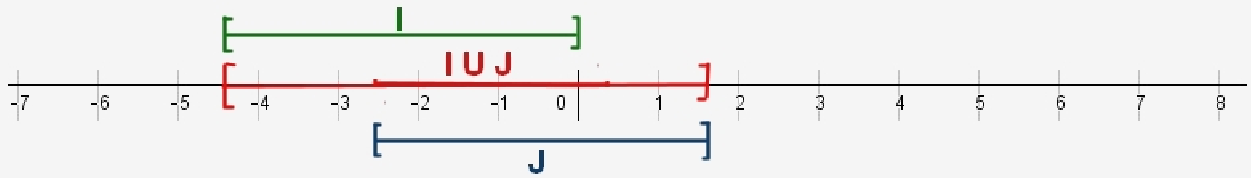
Mémo : intersection

On note I et J deux intervalles alors $I \cap J$ (se lit intersection des intervalles I et J) est l'ensemble des réels x appartenant à la fois à I et à J.



Mémo : réunion

On note I et J deux intervalles alors $I \cup J$ (se lit réunion des intervalles I et J) est l'ensemble des réels x appartenant à I ou bien à J (c'est à dire à I, à J ou bien à I et J).



réf 39-Intersection et réunion de deux intervalles

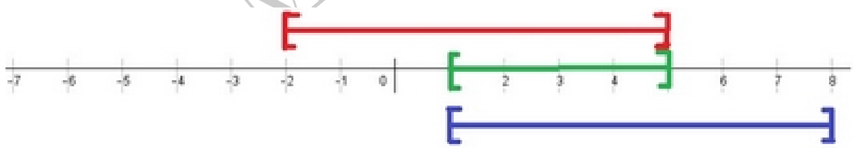
❒ Exercice 5 : recherche de l'intersection et de la réunion de deux intervalles

Donner l'intersection puis la réunion des intervalles I et J dans chaque cas :

1. $I = [-2; 5]$ et $J = [1; 8]$

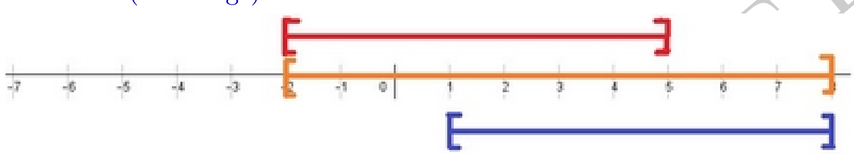
☛ Solution:

- Intersection (en vert)



$\boxed{I \cap J = [-2; 5] \cap [1; 8] = [1; 5]}$

- Réunion (en orange)

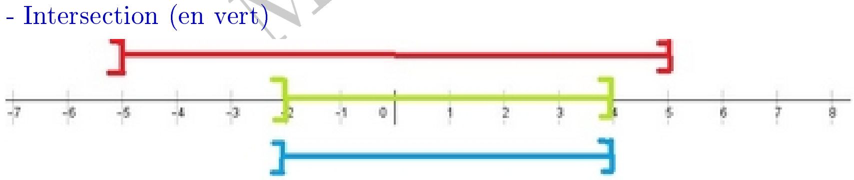


$\boxed{I \cup J = [-2; 5] \cup [1; 8] = [-2; 8]}$

2. $I =]-5; 5]$ et $J =]-2; 4]$

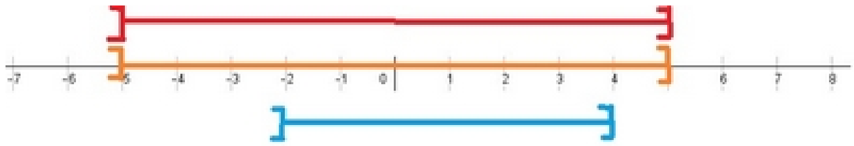
☛ Solution:

- Intersection (en vert)



$\boxed{I \cap J =]-5; 5] \cap]-2; 4] =]-2; 4]}$

- Réunion (en orange)

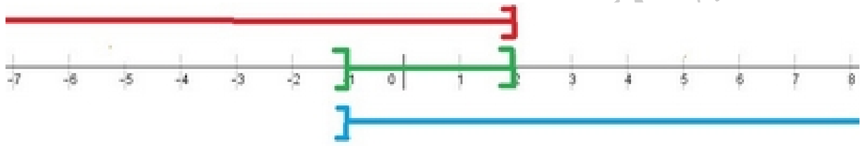


$\boxed{I \cup J =]-5;5] \cup]-2;4] = [-5;5]}$

3. $I =]-\infty;2]$ et $J =]-1;+\infty[$

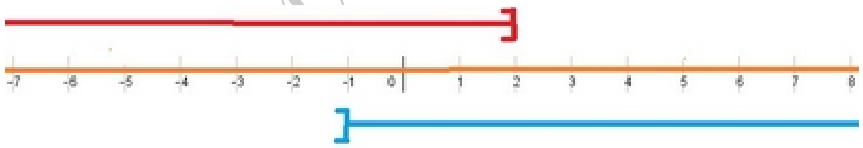
☛ **Solution**:

- Intersection (en vert)



$\boxed{I \cap J =]-\infty;2] \cap]-1;+\infty[=]-1;2]}$

- Réunion (en orange)



$\boxed{I \cup J =]-\infty;2] \cup]-1;+\infty[=]-\infty;+\infty[= \mathbb{R}}$

4. $I = [2;5[$ et $J = [5;+\infty[$

☛ **Solution**:

- Intersection

$\boxed{I \cap J = [2;5[\cap [5;+\infty[= \emptyset}$

- Réunion (en orange)

$\boxed{I \cup J = [2;5[\cup [5;+\infty[= [2;+\infty[}$

Série 2 du chapitre 1 pour plus d'exercices

Chapitre 3

Calculs et équations

Sommaire

3.1 Règles de calculs avec les exposants et racines carrées

Mémo : puissances

a et b sont deux nombres réels et n et p deux entiers relatifs.

- Produit
  $a^n a^p = a^{n+p}$
- Quotient
  $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ $(a \neq 0)$
- Inverse
  $\dfrac{1}{a^p} = a^{-p}$ $(a \neq 0)$
- Exposants
  $(a^n)^p = a^{np}$

Mémo : notation scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est $a \times 10^n$ avec a nombre décimal compris entre 1 (compris) et 10 (exclu) et n entier relatif.
on a donc $a \in \mathbb{D}$ avec $a \in [1;10[$ et $n \in \mathbb{Z}$.
Par exemple $126,45 = 1,2645 \times 10^{-2}$
$120000 = 1,2 \times 10^5$

Mémo : racines carrées

a et b sont deux nombres réels positifs.

- Produit
  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- Quotient
  $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ (avec $b \neq 0$)
- Carré
  $\sqrt{a}^2 = \sqrt{a^2} = a$

Exercice 17 : utilisation des règles de calcul

Écrire chaque expression sous la forme $a^n \times b^m$ (a, b, n et m entiers relatifs).

1. $2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3$

Solution:

$2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
$= 2^2 \times 3^4$

$$\boxed{2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^4}$$

2. $2^3 \times 3^2 \times 6^2$

☛ **Solution**:

$2^3 \times 3^2 \times 6^2$
$= 2^3 \times 3^2 \times (3 \times 2)^2$
$= 2^3 \times 3^2 \times 3^2 \times 2^2$
$= 2^{3+2} \times 3^{2+2}$
$= 2^5 \times 3^4$

$\boxed{2^3 \times 3^2 \times 6^2 = 2^5 \times 3^4}$

3. $\dfrac{3^2}{5^4} \times 25$

☛ **Solution**:

$\dfrac{3^2}{5^4} \times 25$
$= \dfrac{3^2 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5}$
$= \dfrac{3^2}{5 \times 5}$
$= \dfrac{3^2}{5^2}$
$= 3^2 \times 5^{-2}$

$\boxed{\dfrac{3^2}{5^4} \times 25 = 3^2 \times 5^{-2}}$

3.2 Développer et factoriser

3.2.1 Développer

Mémo : identités remarquables

a et vb sont deux réels.

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

❒ Exercice 18 : développer et simplifier
Développer chaque expression.

penser à contrôler avec la calculatrice (MENU TABLE), voir vidéo ci-dessous

réf 184-Contrôler un calcul avec la calculatrice

1. $(-2x+1)(x-1) - 3(2-3x)$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}(-2x+1)(x-1) - 3(2-3x) &= -2x \times x - 2x \times (-1) + x - 1 - 3 \times 2 - 3 \times (-3x) \\ &= -2x^2 + 2x + x - 1 - 6 + 9x\end{aligned}$$

$$= -2x^2 + 12x - 7$$

$$\boxed{(-2x+1)(x-1) - 3(2-3x) = -2x^2 + 12x - 7}$$

2. $(2x-1)^2 - (x-1)(x+1)$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}(2x-1)^2 - (x-1)(x+1) &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 - (x^2 - 1)\\ &= 4x^2 - 4x + 1 - x^2 + 1\\ &= 3x^2 - 4x + 2\end{aligned}$$

$$\boxed{(2x-1)^2 - (x-1)(x+1) = 3x^2 - 4x + 2}$$

3. $(\sqrt{2}+x)(\sqrt{2}-x) - 2x(x-1)$

☛ **Solution**:

$$\begin{aligned}(\sqrt{2}+x)(\sqrt{2}-x) - 2x(x-1) &= \sqrt{2}^2 - x^2 - 2x^2 + 2x\\ &= -3x^2 + 2x + 2\end{aligned}$$

$$\boxed{(\sqrt{2}+x)(\sqrt{2}-x) - 2x(x-1) = -3x^2 + 2x + 2}$$

3.2.2 Factoriser

réf 181-Factoriser: les erreurs à éviter

réf 118-Factoriser dans des cas simples

❒ **Exercice 19 : niv 1**
Factoriser $(x-2)(2x-3) - (x-2)(5x-4)$

☛ **Solution**:

$(x-2)(2x-3) - (x-2)(5x-4)$
$= (x-2)[(2x-3) - (5x-4)]$
$= (x-2)[2x - 3 - 5x + 4]$
$= (x-2)(-3x+1)$

réf 179-Faire apparaître le facteur commun et factoriser

❒ **Exercice 20 : faire "apparaître" le facteur commun**
Factoriser $(2x-6)(x+3) + (4x-12)(5-4x)$

réf 120-Factoriser une expression niv2

☛ **Solution**:

$(2x-6)(x+3) + (4x-12)(5-4x)$
$= 2(x-3)(x+3) + 4(x-3)(5-4x)$

$= (x-3)[2(x+3)+4(5-4x)]$
$= (x-3)[2x+6+20-16x]$
$= (x-3)(-14x+26)$

réf 180-Factoriser avec les identités remarquables

❒ **Exercice 21 : avec les identités remarquables**
Factoriser

1. x^2-6x+9
2. $4x^2+8x+4$
3. x^2-9
4. $4x^2-7$

☛ **Solution**:

1. $x^2-6x+9=(x-3)^2$ (on a $a^2=x^2$ et $b^2=9$)
2. $4x^2+8x+4=(2x+2)^2$ (on a $a=2x$ et $b=2$)
3. $x^2-9=(x-3)(x+3)$ (troisième identité remarquable avec $a=x$ et $b=3$)
4. $4x^2-7=(2x)^2-\sqrt{7}^2=(2x-\sqrt{7})(2x+\sqrt{7})$

Série 3 du chapitre 3 pour plus d'exercices

3.3 Équations du premier degré

3.3.1 Quelques rappels

Mémo : équivalence

- On obtient une équation équivalente (symbole $\Longleftrightarrow$) en multipliant ou en divisant chaque membre de cette équation par un même nombre non nul.
- On obtient une équation équivalente (symbole $\Longleftrightarrow$) en ajoutant ou en ou soustrayant chaque membre de cette équation par un même nombre.

3.3.2 Résolution d'équations du premier degré

Mémo : résolution d'équation

- Résoudre une équation, c'est déterminer **toutes les valeurs** de la variable(l'inconnue) vérifiant l'équation.

Méthode : équation du premier degré

➢ Développer et simplifier si nécessaire

➢ Isoler les termes contenant l'inconnue

➢ Simplifier les deux membres de l'équation

➢ "Isoler" l'inconnue

Chapitre 5

Fonctions

Sommaire

5.1 Définition

5.1.1 notation

Mémo : définition

Définir une fonction f sur un ensemble D_f, c'est associer à chaque réel x de D_f un unique tréel y appelé image de x par f. y est **l'image** de x par f et est noté $f(x)$.
x est **un antécédent** de x par f.

❒ Exercice 39 : calcul d'une image

La fonction f est définie sur $D_f = \mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 3$.
Calculer l'image de 2 par f puis $f(-1)$.

☛ **Solution**:

❏ Image de 2 par f
On a donc $x = 2$ et $f(2) = 2 \times 2^2 + 3 = 2 \times 4 + 3 = 8 + 3 = 11$

$\boxed{\text{L'image de 2 par } f \text{ est } 11}$

❏ Image de -1 par f
$f(-1) = 2 \times (-1)^2 + 3 = 2 \times 1 + 3 = 5$

$\boxed{f(-1) = 5}$

Ne pas oublier les parenthèses pour le calcul de $f(-1)$
En effet $-1^2 = -1$ mais $(-1)^2 = 1$...

5.1.2 Ensemble de définition

Mémo : ensemble de définition

L'ensemble de définition d'une fonction est l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles l'image de x par f existe.

réf 41-Déterminer l'ensemble de définition par le calcul

❒ Exercice 40 : recherche de l'ensemble de définition

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 3x - 5$
2. $g(x) = \dfrac{3}{x-2}$
3. $h(x) = \sqrt{2x-4}$

☛ **Solution**:

1. $f(x) = 3x - 5$
$f(x)$ est définie pour tout réel x

$\boxed{\text{donc } D_f = \mathbb{R}}$

2. $g(x) = \dfrac{3}{x-2}$
On ne peut pas diviser par 0 donc on doit avoir $x - 2 \neq 0$ soit $x \neq 2$

$\boxed{D_g = \mathbb{R} \setminus \{2\} \text{ (tous les réels sauf 2)}}$

3. $h(x) = \sqrt{2x-4}$
On ne peut calculer la racine carrée que d'un nombre positif.
On doit avoir $2x - 4 \geq 0$ soit $x \geq 2$

$\boxed{D_h = [2; +\infty[}$

Série 5 du chapitre 3 pour plus d'exercices

5.1.3 Représentation graphique d'une fonction

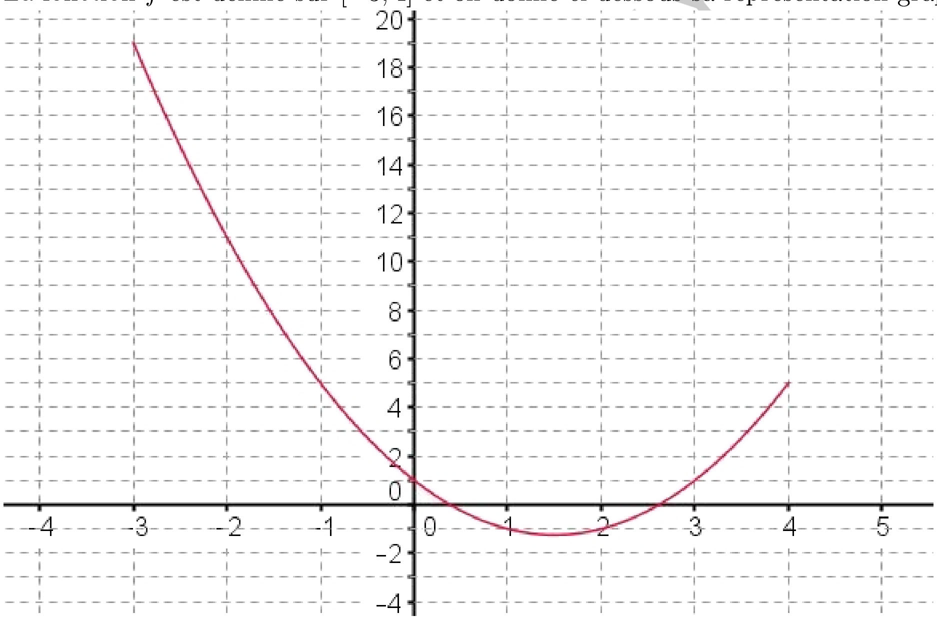
Mémo : courbe d'une fonction

La représentation graphique d'une fonction f définie sur D_f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$ avec $x \in D_f$

réf 40-Lecture graphique de l'ensemble de définition

❒ Exercice 41 : lecture graphique

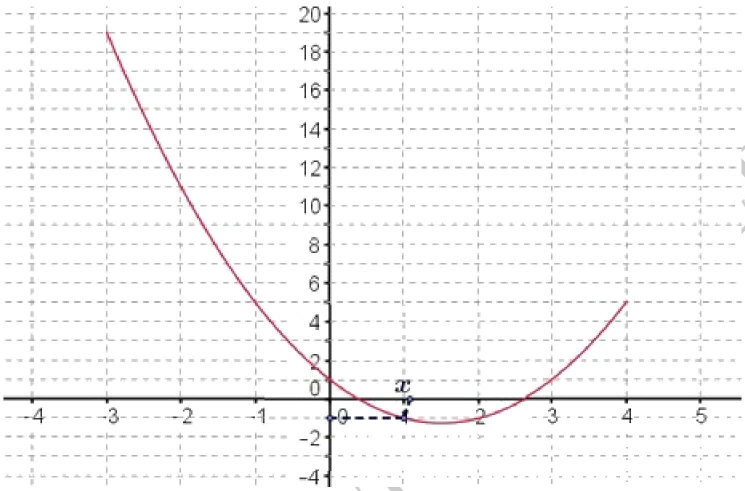
La fonction f est définie sur $[-3; 4]$ et on donne ci-dessous sa représentation graphique C_f.



1. Déterminer l'image de 1 par f

☛ **Solution**:

Sur le graphique, on a :



Le point de la courbe d'abscisse 1 a pour ordonnée -1.

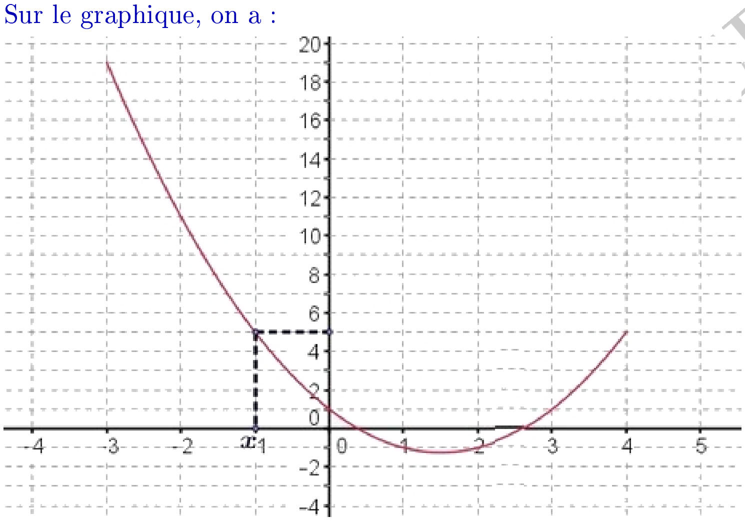
$\boxed{\text{donc l'image de 1 par } f \text{ est } -1.}$

Remarque
On peut noter $f(1) = -1$.

2. Déterminer $f(-1)$

☛ **Solution**:

Sur le graphique, on a :



Le point de la courbe d'abscisse -1 a pour ordonnée 5.

$\boxed{\text{donc } f(-1) = 5.}$

Remarque
$f(-1) = 5$ se lit "l'image de -1 par f est 5.

3. Peut-on déterminer l'image de 5 par f ?

☛ **Solution**:

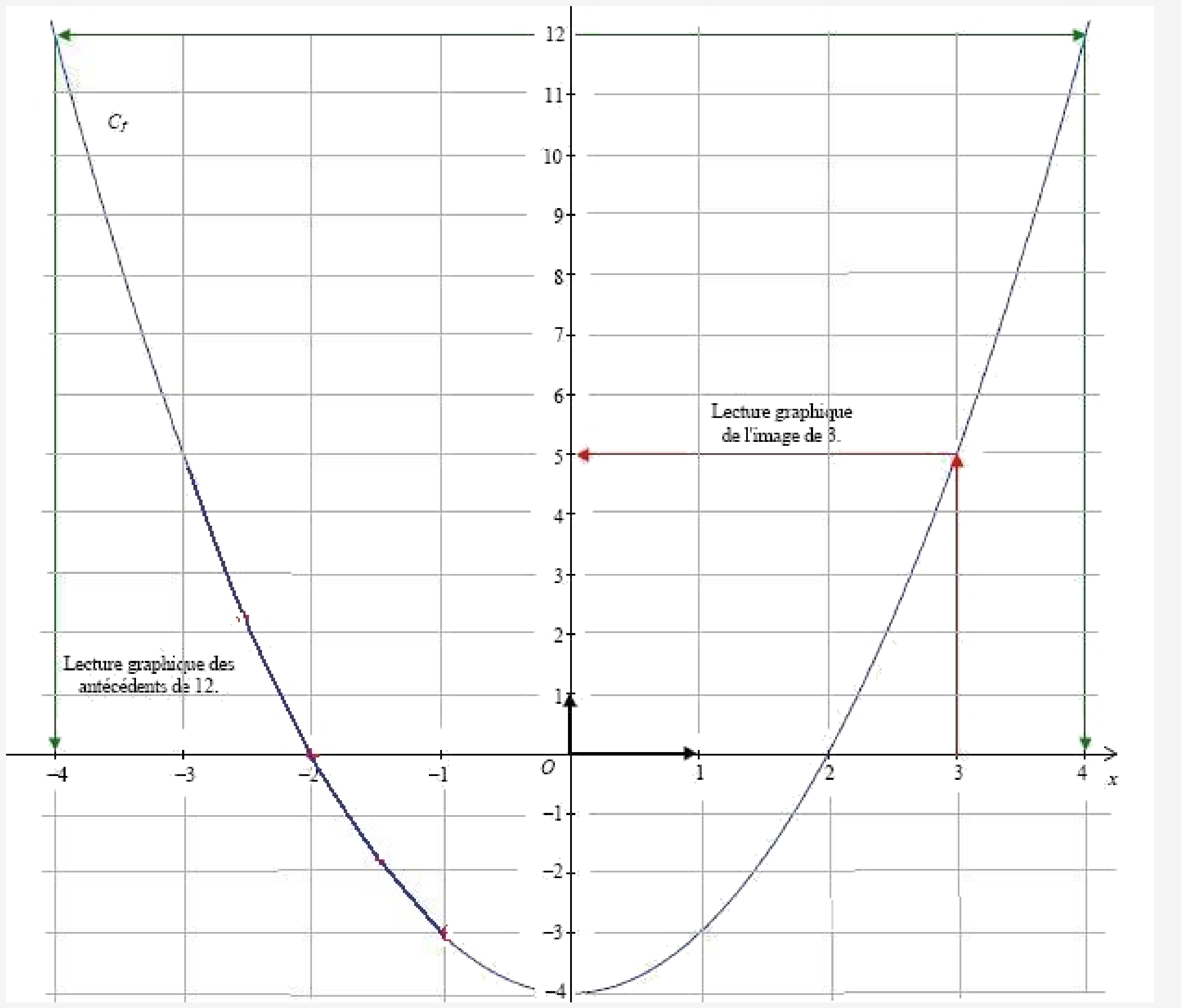
Il n'y a pas de point de la courbe d'abscisse 5

$\boxed{\text{donc l'image de 5 par } f \text{ n'existe pas.}}$

Remarque
L'ensemble de définition de f est $[-3;4]$ et $5 \notin [-3;4]$.

5.2 Lectures graphiques

Mémo : lectures graphiques image et antécédents

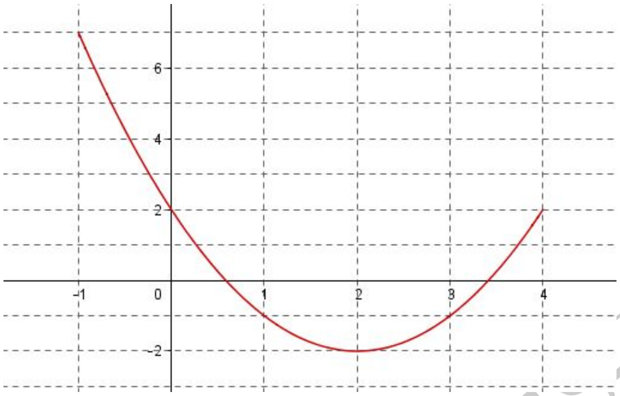


réf 44-Lecture graphique de l'image

réf 49-Lecture graphique des antécédents

❒ Exercice 42 : lecture graphique

La fonction f est définie sur $[-1;4]$ et on donne ci-dessous sa représentation graphique.

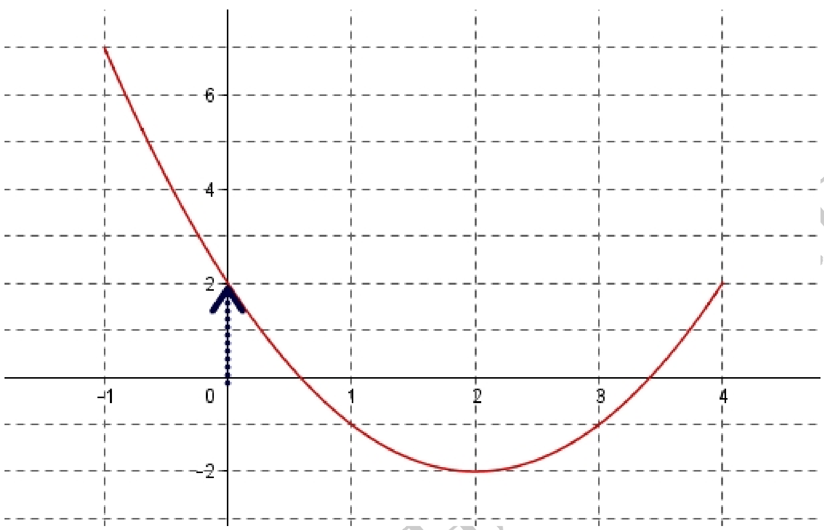


Déterminer graphiquement :

1. l'image de 0 par f.

☛ **Solution**:

On veut déterminer l'ordonnée du point de la courbe ayant pour abscisse 0.



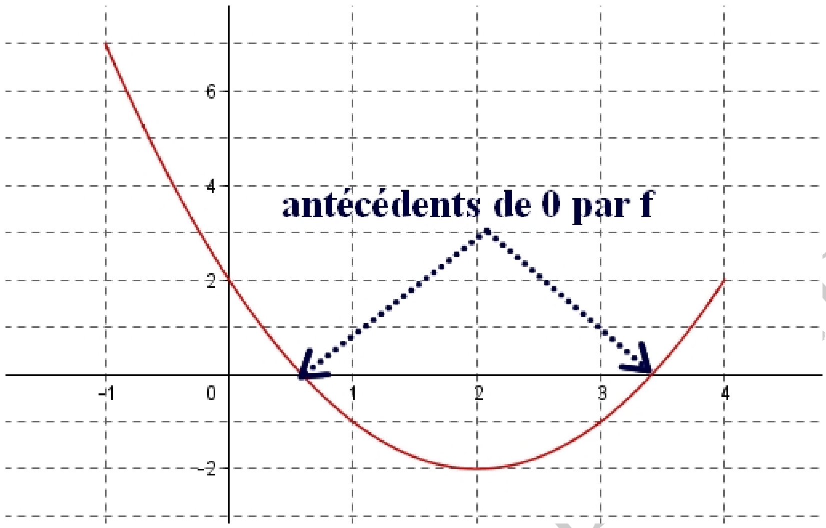
$\boxed{\text{L'image de 0 par } f \text{ est 2.}}$

Remarque
On peut écrire $f(0) = 2$

2. Déterminer le nombre d'antécédents de 0 par f en expliquant votre démarche en une phrase.

☛ **Solution**:

Les antécédents de 0 par f sont les abscisses des points de la courbe ayant une ordonnée égale à 0 c'est à dire les abscisses des points d'intersection de la courbe et de l'axe des abscisses.

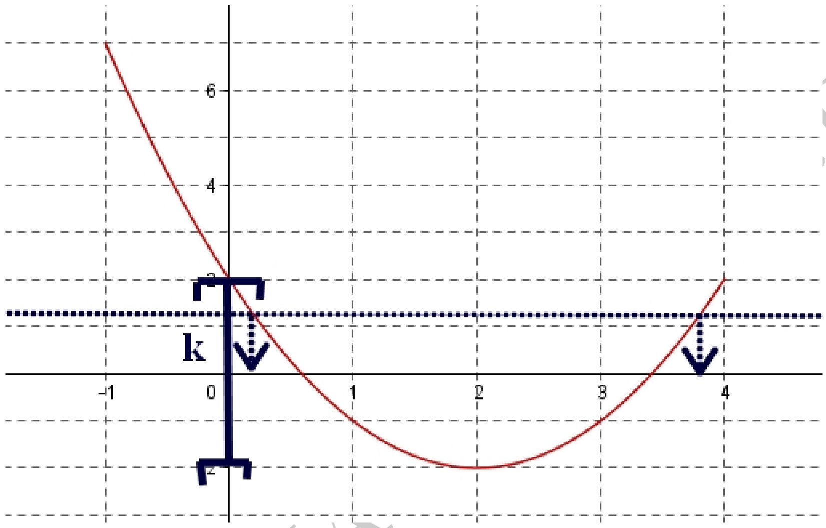


0 admet deux antécédents par f.

3. Si $k \in]-2;2]$, quel est alors le nombre d'antécédents de k par f.

☛ **Solution**:

Les antécédents de k par f sont les abscisses des points de la courbe ayant une ordonnée égale à k

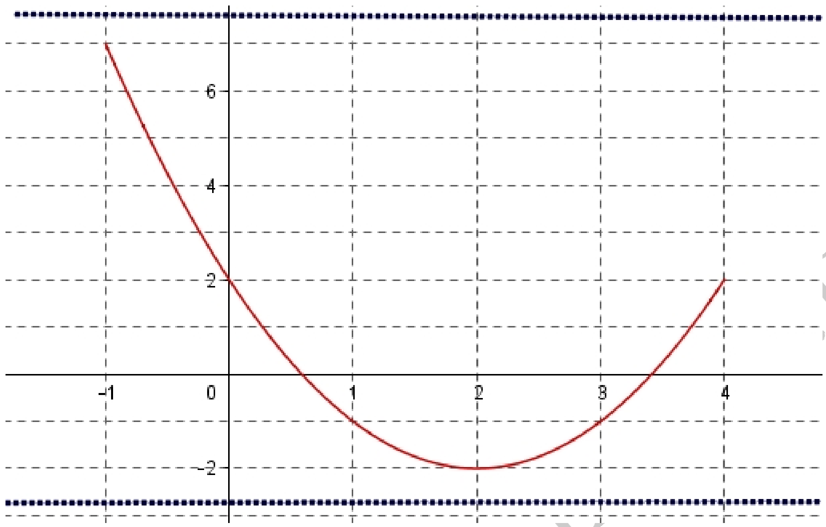


Si $-2 < k \leq 2$ alors k admet 2 antécédents par f.

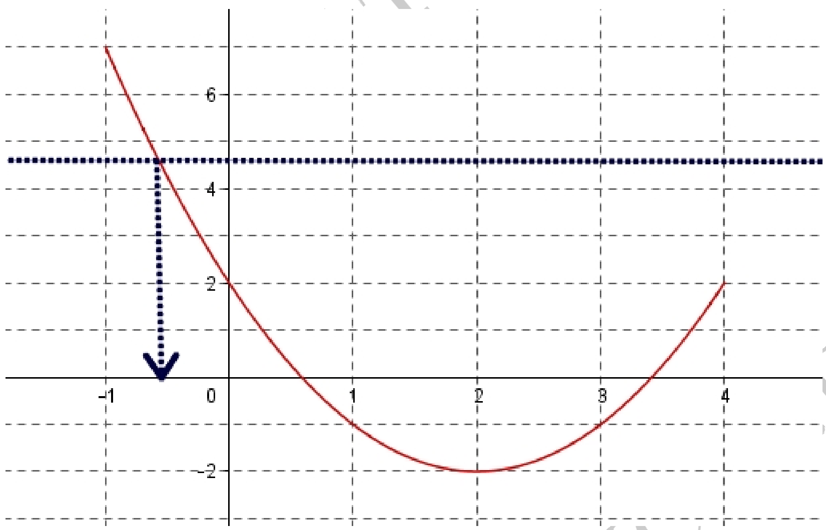
4. Déterminer le nombre d'antécédents de m par f en fonction de la valeur de m.

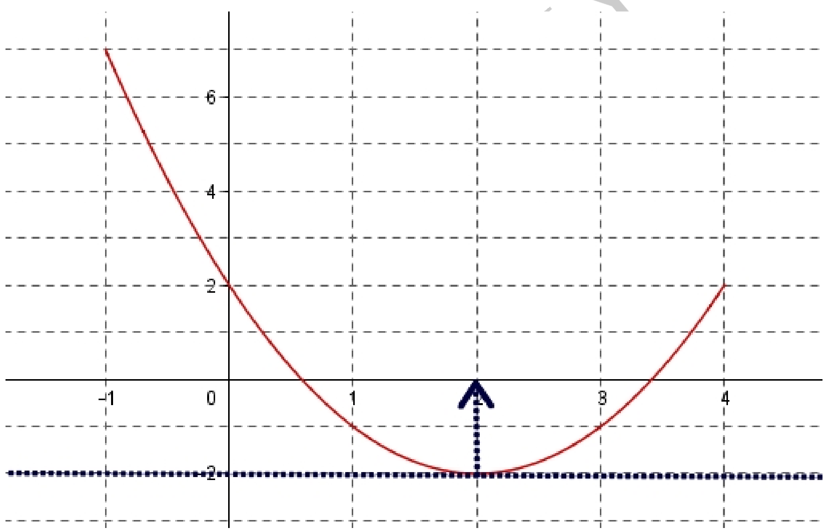
☛ **Solution**:

- Aucun antécédent si $m < -2$ ou $m > 7$

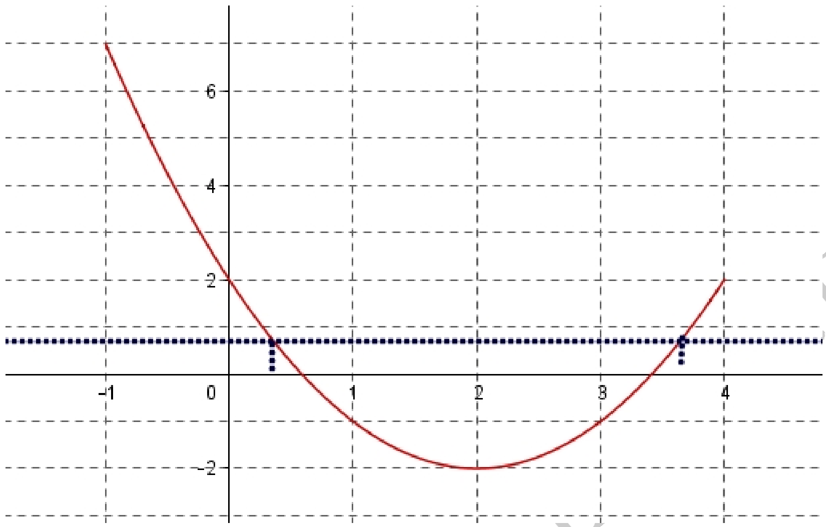


- un antécédent si $m = -2$ ou si $m \in]2; 7]$





- deux antécédents si $-2 < m \leq 2$



Série 5 du chapitre 4 pour plus d'exercices

5.3 Calculs d'images et d'antécédents

Mémo : calculs d'images et d'antécédents

Calculer l'image d'un nombre α par f c'est remplacer x par la valeur de α dans l'expression de f pour calculer $f(\alpha)$.
Chercher le ou les antécédents de β par f c'est résoudre l'équation $f(x) = \beta$

réf 42-Calcul d'images par une fonction

❒ Exercice 43 : calculs d'images et justifications d'antécédents

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{x^2+2}$.

1. Calculer l'image de 2 par f.

Solution:

On veut calculer $f(2)$ donc il faut remplacer x par 2 dans l'expression de f.

$f(2) = 2 \times 2 - 1 + \dfrac{1}{2^2+2} = 3 + \dfrac{1}{6} = \dfrac{18}{6} + \dfrac{1}{6} = \dfrac{19}{6}$

L'image de 2 par f est $\dfrac{19}{6}$.

2. 0 est-il un antécédent de 1 par f ?

Solution:

On veut savoir si l'image de 0 par f est 1.
et il faut donc calculer $f(0)$.

$f(0) = 2 \times 0 - 1 + \dfrac{1}{0^2+2} = -1 + \dfrac{1}{2} = \dfrac{-2}{2} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{-1}{2}$

donc $f(0) \neq 1$

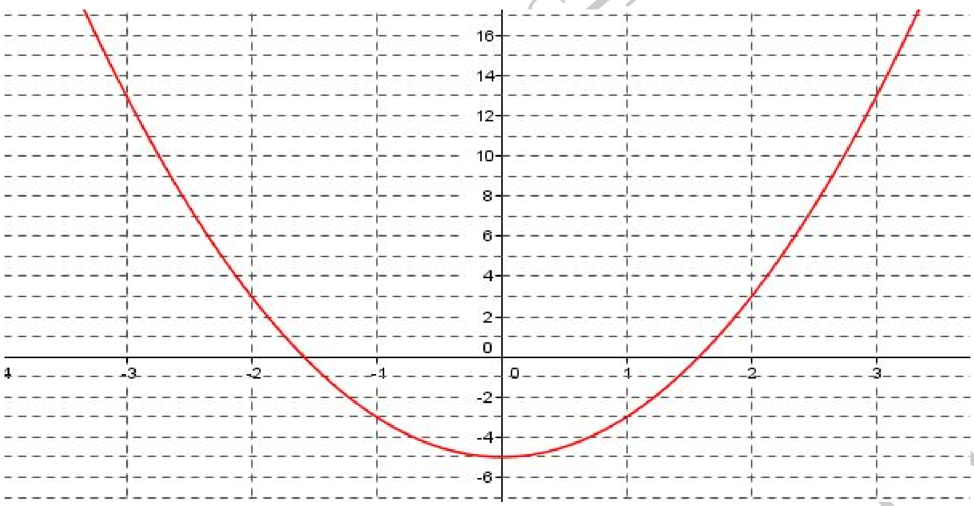
$\boxed{\text{0 n'est pas un antécédent de 1 par } f.}$

réf 49-Lecture graphique des antécédents

❒ Exercice 44 : calculs d'images et recherche d'antécédents

Dans chaque cas, déterminer l'image de -3 par f définie sur $\mathbb{R}$ puis le ou les antécédents de 3 par f et contrôler les résultats avec la calculatrice puis avec la représentation graphique de f donnée dans chaque cas.

1. $f(x) = 2x^2 - 5$



☛ **Solution**:

$f(-3) = 2 \times (-3)^2 - 5 = 18 - 5 = 13$ ne pas oublier les parenthèses $(-3)^2 = 9$ mais $-3^2 = -9$

$\boxed{\text{L'image de } -3 \text{ par } f \text{ est } f(-3) = 13.}$

Pour déterminer le ou les antécédents de 3 par f, il faut résoudre l'équation $f(x) = 3$

$$\begin{aligned} f(x) = 3 &\iff 2x^2 - 5 = 3 \\ &\iff 2x^2 = 8 \\ &\iff x^2 = 4 \\ &\iff x = \sqrt{4} \text{ ou } x = -\sqrt{4} \text{ il y a deux possibilités avec le carré} \\ &\iff x = 2 \text{ ou } x = -2 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Les antécédents de 3 par } f \text{ sont 2 et } -2.}$

Graphiquement, le point de la courbe d'abscisse -3 a bien pour ordonnée 13 et les points de la courbe dont l'ordonnée est 3 ont pour abscisses -2 et 2.